Prof. dr hab. Władysław Szczotka
Uniwersytet Wrocławski
Instytut Matematyczny
pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław,
e-mail: szczotka@math.uni.wroc.pl

Wrocław, 22 grudnia 2025 r.

Recenzja rozprawy habilitacyjnej O liczbie popsutych komponentów w dyskretnym systemie koherentnym oraz dorobku naukowego doktora Krzysztofa Jasińskiego

Uwagi ogólne. Pan Krzysztof Jasiński ukończył studia matematyczne w 2007 roku na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu na sekcji *Zastosowania matematyki.* Pracę magisterską pt. *Porównywanie testów optymalnych i asymptotycznych w populacjach dyskretnych* napisał pod opieką prof. dr hab. Tomasza Rychlika. Doktorat z matematyki uzyskał w 2011 roku na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu za pracę *Oszacowania wariancji statystyk pozycyjnych i czasów pracy systemów niezawodnościowych,* napisaną pod kierunkiem prof. dr hab. Tomasza Rychlika. W maju 2025 roku złożył wniosek do RDN o przeprowadzenie postępowania w sprawie nadania mu stopnia doktora habilitowanego *w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka,* przedstawiając cykl 6 prac A1-A6, pod wspólnym tytułem *O liczbie popsutych komponentów w dyskretnym systemie koherentnym.* Wymieniam je w kolejności zgodnej z rokiem publikacji.

A6 (2020). Maximum likelihood estimators based on discrete component lifetimes of a k-out-of-n system, *Test, (100 pkt),* (wspólna z A.Dembińska),
A5 (2021). The number of failed components in a coherent working system when the lifetimes are discretely distributed, *Metrica, (70 pkt),*
A4 (2022). On the number of failed components in a coherent system consisting of multiple types of components, *Journal of Computational and Applied Mathematics, (100 pkt),*
A3 (2024). Likelihood inference for geometric lifetimes of components of k-out-of-n systems, *Journal of Computational and Applied Mathematics, (100 pkt),* (wspólna z A.Dembińska),
A2 (2024). A study on the number of failed components in a failed coherent system consisting of different types of components, *Journal of Computational and Applied Mathematics, (100 pkt),*
A1 (2025). Discrete time three-state k-out-of-n system's failure and numbers of components in each state, *Journal of Computational and Applied Mathematics, (100 pkt),* (wspólna z A.Goroncy).
Z powyższego widać, że wszystkie prace są w bardzo dobrych czasopismach. Artykuł A2 został wyróżniony zaproszeniem do publikacji w specjalnym wydaniu w *Computational Methods in System Reliability,* w specjalnym wydaniu *Journal of Computational and Applied Mathematics.*

Tematyka rozprawy dotyczy liczby zepsutych elementów w pewnych systemach niezawodnościowych. Ważnym obiektem w teorii niezawodności są systemy **koherentne.** Składają się one z prostych komponentów (elementów), np. z n elementów, a stan takiego systemu zależy od stanu elementów, z których system jest złożony i z funkcji struktury systemu. Stan elementu systemu może być typu **binarnego,** tj. element jest sprawny albo niesprawny lub też może być wielostanowy, np. przyjmuje trzy lub więcej stanów. Stan systemu może być również typu binarnego, tj. system jest sprawny lub niesprawny i zależy od funkcji struktury systemu. System złożony z n elementów może być, np. sprawny, gdy wszystkie n elementy są sprawne, jest to tzw. system szeregowy lub gdy co najmniej jeden element jest sprawny, jest to tzw. system równoległy lub gdy co najmniej k elementów spośród n elementów systemu jest sprawnych. Ten ostatni system nazywa się systemem k-spośród-n. Oczywiście system n-spośród-n jest systemem szeregowym, a system 1-spośród-n jest systemem równoległym. Matematycznie, stan systemu w danej chwili t może być przedstawiony jako wektor o n składowych, gdzie składowe przyjmują, np. wartości 0 lub 1, (system binarny), lub składowe przyjmują więcej wartości (system wielostanowy). Ważną charakterystyką systemu jest czas, w którym element lub system pozostaje sprawny lub niesprawny (czas do momentu awarii elementu lub systemu). W tym przypadku, system złożony z n elementów, jest opisany przez n wielkości $T_1, T_2, \ldots, T_n$, będących czasami sprawności (życia) kolejnych n elementów systemu. Oznaczmy przez $T_{i:n}$ i-tą statystykę pozycyjną dla tego ciągu wielkości. W przypadku, gdy elementy przyjmują wiele stanów, np. 3 stany, np. stany 0, 1, i 2, system jest opisany przez n wektorów $(T_{1,1}, T_{1,2}), (T_{2,1}, T_{2,2}), \ldots, (T_{n,1}, T_{n,2})$, gdzie $T_{1,i}$ jest czasem życia i-tego elementu w stanie 1, (po tym

czasie element przechodzi w stan 0), a $T_{2,i}$ jest czasem życia i-tego elemenetu w stanie 2, (po tym czasie element przechodzi w stan 1). Analogicznie jak poprzednio, oznaczmy przez $T_{i,1:n}$ i-tą statystykę pozycyjną dla pierwszego ciągu, a przez $T_{i,2:n}$ i-tą statystyke pozycyjną dla drugiego ciągu. W rozważaniach rozprawy przyjmuje się, że wszystkie te wielkości (czasy życia elementu i systemu) są wielkościami losowymi, tj. zmiennymi losowymi. W przeważającej ilości prac przyjmowało się, że rozkłady czasów życia są absolutnie ciągłe. W pracach Habilitanta, przyjmuje się, że rozkłady te są dyskretne, co stwarzało pewne problemy ale jest pewną nowością wyróżniającą ją spośród ogromu prac w tej tematyce. W rozprawie rozważa się następujące koherentne systemy:
- binarne systemy typu k-spośród-n z tym samym rozkładem czasu życia elementów,
- binarne systemy k-spośród-n z K typami elementów, tj. z K typami rozkładów czasu życia elementów,
- trzystanowe systemy.

Wszystkie prace rozprawy A1-A6 dotyczą badania liczby zepsutych elementów w systemie typu k-spośród-n bądź estymacji parametrów rozkładu czasu życia elementów w przypadku gdy czasy życia mają rozkład dyskretny.

Opis wyników rozprawy. W pracach rozprawy rozważano następujace problemy:
- Rozkład wektora liczby zepsutych elementów w trójstanowym systemie (praca A1),
- Rozkład liczby zepsutych elementów systemu z K typami elementów (prace A2 i A4),
- Estymacja parametrów rozkładu czasu życia elementu (prace A6 i A3),
- Rozkład liczby zepsutych elementów w czasie pracy systemu (A5).

Prace A6 (rok 2020) i A3 (rok 2024) są pracami wspólnymi z Anną Dembińską. Dotyczą estymacji rozkładu czasu życia elementu w systemie k-spośród-n. Rozważa się osobno 4 sytuacje, tj. gdy (i) rozkład czasu życia elementu jest rozkładem Poissona, (ii) rozkładem dwumianowym, (iii) rozkładem ujemnie dwumianowym oraz (iv) rozkładem gemometrycznym, jako szczególny przypadek rozkładu ujemnie dwumianowego. W każdym z tych przypadków znamy postać funkcji rozkładu $f(\theta, t)$ czasu życia elementu. Estymację parametru θ opiera się na wektorze obserwacji $(S_{k,n}, T_{1:n}, T_{2:n}, \ldots, T_{S_{k,n}:n})$, statystyk pozycyjnych, gdzie S jest liczbą popsutych elementów w momencie zespsucia się k-tego elementu. Z uwagi na rozkład dyskretny czasów życia w momencie zepsucia się k-tego elementu mogą się zepsuć inne elementy. Funkcja wiarogodności powyższego wektora losowego ma postać

$$L(\theta) = L(\theta, s, t_1, \ldots, t_s) = P_\theta(S_{k,n} = s, T_{1:n} = t_1, \ldots, T_{n-k+1:n} = t_{n-k+1}, \ldots T_{s:n} = t_s, T_{s+1:n} > t_s),$$

$$L(\theta) = \frac{n!}{(n-s)! \prod_{i=1}^{m} z_i!} \left(\prod_{i=1}^{m} [p_\theta(t_{z_1+\ldots z_i}]^{z_i} \right) [\bar{F}_\theta(t_s)]^{n-s}.$$

Problem znajdywania estymatorów największej wiarogodności parametru θ dla rozkładów (i)-(iii) zdefiniowanych wzorami (5), (12) i (18) w A6 badany jest w A6 poprzez wstawienie odpowiedniego rozkładu z (i)-(iii) do funkcji wiarogodności $L(\theta)$. Następnie rozwiązuje się równanie wiarogodności $\frac{\partial L(\theta)}{\partial(\theta)} = 0$ oraz wykorzystuje się Twierdzenie 1 z A6, udowodnionego tamże w Dodatku. Twierdzenia 2-4 w A6 pokazują, że rozwiązania równania wiarogodności są zgodnymi estymatorami największej wiarogodności parametru θ, w odpowiednim przypadku (i)-(iii). Niestety estymatory te nie mają postaci jawnej. Estymator dla parametru θ w rozkładzie wykładniczym jest szczególnym przypadkiem estymatora dla rozkładu ujemnie dwymianowego. Jest to jedyny przypadek rozkładu, w którym estmator największej wiarogodności parametru θ w systemie k-spośród-n ma postać jawną, co pokazuje Twierdzenie 2.1 w pracy A3. W przypadku systemu szeregowego, tj. systemu n-spośród-n estymator największej wiarogodności parametru θ ma ładną, jawną postać, co pokazuje Twierdzenie 3.2 w A3. W tymże twierdzeniu pokazano, że estymator ten jest obciążony, znaleziono jego wartość oczekiwaną i wariancję.

W pracy A5 (2021) Habilitant bada liczbę zepsutych elementów w systemie k-spośród-n w czasie pracy systemu. Następnie rozszerza badanie na ogólne systemy koherentne, tzn. bada liczbę zepsutych elementów w czasie pracy systemu. Wyniki są podane w Twierdzeniach 1-3. Rozszerzają one znane wyniki, gdy czasy życia elementów są wzajemnie niezależne o tych samych rozkładach absolutnie ciągłych, na przypadek systemów z dyskretnym czasem życia elementów i gdy te czasy są typu DNID (dependent not necessarily identically distributed), tj. czasy życia elementów mogą być zależne i niekoniecznie o tych samych rozkładach. Twierdzenia są sformuowane w przypadkach, gdy rozkład wektora czasów życia elementu jest wymienialny (exchangeable) lub elementy są wzajemnie niezależne niekoniecznie o tych samych rozkładach. Habilitant podkreśla to, że wyniki te pokrywają się z wynikami wcześniejszymi w przypadku klasycznym.

W pracy A4 (rok 2022) rozważa sie system koherentny złożony z n elementów o wzajemnie niezależnych czasach życia, które są K typów. Oznacza to, że n_i elementów jest typu i o rozkładzie F_i, oraz $n_1 + \cdots + n_K = n$. Niech $N_t^{(i)}$ oznacza liczbę zepsutych elementów typu i w chwili t. Podstawowym pojęciem używanym w pracy jest minimalny *zbiór-sieżka* P. Jest to minimalny zbiór P taki, że system jest sprawny, gdy wszystkie elementy z tego zbioru są sprawne. Liczba takich różnych zbiorów-scieżek oznaczana jest przez s i nazywa się liczbą Semaniego. Wtedy czas T sprawności systemu jest równy

$$T = \max_{1 \le j \le s} \min_{p \in P_j} T_p,$$

gdzie P_j jest j-tym zbiorem-scieżką. Wtedy $P(T > t)$ jest prawdopodobieństem wszystkich możliwych sum $\bigcup_{l=1}^{j}$ minimalnych scieżek (zob. str 3). Problemem badawczym pracy jest prawdopodobieństwo $P(N_t^{(i)} = w | T > t)$, dane w Twierdzeniu 1, gdzie $P(T > t)$ dane jest wzorem (3). Wykorzystując informacje o liczbie uszkodzonych elementów każdego typu w chwili t, gdy system pracuje, Habilitant zaproponował metodę określania optymalnego momentu wymiany systemu. W rozdziale 4 Habilitant rozważył przykład system *most* z 5 elementami dwóch typów i 4 scieżkami. W rozważanym przypadku podał postać wzorów $P(N_t^{(i)} = w | T > t)$ oraz zilustrował je numerycznie w Tabelkach $1, 2, 3$ i 4.

Praca A2 (rok 2024) w opisie jest podobna do pracy A4. Rozważa się w niej systemy koherentne z n elementami różnych typów $K \ge 2$. Przyjmuje się, że czasy życia elementów są wzajemnie niezależne o tym samym rozkładzie dyskretnym. Niech T oznacza czas życia systemu, a $X^{(i)}(T)$ liczbę zepsutych elementów typu i do momentu awarii systemu. Problem badawczy pracy dotyczy prawdopodobieństwa liczby zepsutych elementów w momencie awarii systemu, tj. prawdopodobieństwa $P(X^{(i)}(T) = w | T \le t)$ dla $w = 0, 1, \ldots, n_i$. Prawdopodobieństwo to podane jest w Twierdzeniu 1.W metodzie badawczej wykorzystuje się tzw. zbiory cięcia. Mówimy, że zbiór $C \subseteq \{1, 2, \ldots n\}$ jest zbiorem cięcia, jeżeli system ulega awarii gdy wszystkie elementy tego zbioru ulegają awarii. W języku tym podaje się postać czasu awarii systemu, wzór (2). Jako zastosowanie wyników pracy A4 i A2 Habilitant mówi, że można je użyć do określenia optymalnej liczby części zamiennych, które powinny być dostępne w magazynie, aby zapewnic utrzymanie systemu w optymalnym stanie działania.

Praca A1 (2025) jest wspólna z Agnieszką Gorony. W pracy bada się trzystanowe systemy $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$-spśródd-n. System ten jest w stanie 1 lub wyżej, jeżeli co najmniej k_1 elementów jest w stanie 1 lub wyżej lub k_2 elementów jest w stanie 2. System jest w stanie 2, jeżeli co najmniej k_2 elementów jest w stanie 2. Niech $T_{1,i}, i = 1, 2, \ldots n$, będą czasami wejścia i-tego elementu w stan 0, a $T_{2,i}$ czasem wejścia i-tego elementu w stan 1. Zmienne losowe $T_{1,i}$ oraz $T_{2,i}$ są zależne. Niech $T_{1,1:n}, T_{1,2:n} \ldots T_{1,n:n}$, będą statystykami pozycyjnymi odpowiednio dla zmiennych losowych $T_{1,1}, T_{1,2}, \ldots T_{1,n}$, a $T_{2,1:n}, T_{2,2:n} \ldots T_{2,n:n}$, będą statystykami pozycyjnymi (porządkowymi) odpowiednio dla zmiennych losowych $T_{2,1}, T_{2,2}, \ldots T_{2,n}$. Czas życia trójstanowego systemu $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$ spośród-n jest dany wzoren

$$T \equiv T^{(1)} = \max(T_{1,n-k_1+1;n},\ T_{2,n-k_2+1:n}).$$

Przyjmuje się, że $(T_{1,i}, T_{2,i}), i = 1, 2, \ldots, n$, są wzajemnie niezależnymi wektorami losowymi o tym samym rozkładzie dyskretnym. Nowością tej pracy jest przyjęcie rozkładu dyskretnego podczas, gdy wszystkie wcześniejsze wyniki, w tych problemach, przyjmowały, że rozkłady czasu życia są absolutnie ciągłe. Główny rezultat pracy jest dany w Twierdzeniu 2.1 podając prawdopodobieństwo $P(X_{k,n}^{(1)} = i, X_{k,n}^{(2)} = j)$, gdzie $X_{k,n}^{(r)}$ oznacza liczbę elementów znajdujących się w stanie r, $r = 0, 1$, w momencie awarii trójstanowego systemu k-spośród-n. Jako ilustrację głównego wyniku tej pracy podaje się prawdopodbieństwo $P(X_{k,n}^{(1)} = i, X_{k,n}^{(2)} = j)$, gdy $P(T_{2,1} = t) = q(1-q)^{t-1}, t = 1, 2, \ldots$, natomiast $T_{1,i} = T_{2,i} + W_{1,i}$, oraz $T_{2,i}$ i $W_{1,i}$ są wzajemnie niezależnymi zmiennymi losowym o tym samy rozkładzie geometrycznym $P(W_{1,i} = t) = p(1-p)^{t-1}, t = 1, 2, \ldots$. Wynik jest ilustrowany w Tabelkach 1 i 2, przy zmieniających się p i q.

Nowe wyniki. Wszystkie prace A1-A6 dotyczą koherentnych systemów niezawodnościowych, między innymi systemów k-spośród-n, których czasy życia elementów mają rozkład dyskretny. Choć przypadek ten utrudnia analizę systemu Habilitant uzyskał w rozprawie wiele ważnych rezultatów. Narzędziami badawczymi rozprawy są statystyki pozycyjne oraz pojęcia zbiorów *ścieżek* i zbiorów *cięcia*. Wszystkie rozważania prowadzone są jasno, przejrzyście, a obliczenia prowadzone są z pełną dokładnością.
1. W pracach A6 i A3, wspólnych A.Dembińską, udowodniono twierdzenia o istnieniu i mocnej zgodności

estymatora największej wiarogodności parametru θ dla rozkładu czasu życia w przypadku rozkładów: Poissona, dwumianowego, ujemnie dwumianowego. Dla rozkładu geometrycznego czasu życia elementu w systemie szeregowym podano jawną postać tego estymatora oraz podano jego średnią i wariancję. Dla uzyskania tych wyników Autorzy sformuowali Twierdzenie 1 o istnieniu etymatora największej wiarogodności i jego mocnej zgodności, w przypadku zależnych zmiennych losowych (wektora statystyk pozycyjnych).
2. Podano rozkład liczby uszkodzonych elementów w czasie pracy systemu k-spośród-n, którego rozkład wektora czasów życia jest wymienialny oraz tzw. DNID i dyskretny (Twierdzenia 2,3 A5),
3. Podano rozkład liczby uszkodzonych elementów danego typu w czasie pracy systemu koherentnego przy niezależnych zmiennych losowych będącymi czasami życia ale o rozkładach dyskretnych (Twierdzenie 4, A4),
4. Podano rozkład liczby uszkodzonych elementów danego typu w czasie awarii systemu (Twierdzenie 1, A2),
5. Podano rozkład liczby uszkodzonych elementów w poszczególnych stanach podczas awarii trójstanowego systemu k-spośród-n (Twierdzenie 1 A1, praca wspólna z A.Goroncy).
Według oświadczenin współautorów prac A6 i A3 oraz A1 udział Habilitanta w uzyskaniu wyników w pracy A6 i A3 był znaczący czasem dominujący, a w pracy A1 wspólny udział w badaniu.
6. Uzyskano nieznaną do tej pory formułę na sygnaturę Samaniego wyrażoną w terminach minimalnych ścieżek.

Dorobek habilitanta. Na dorobek Habilitanta składają się 4 prace przed uzyskaniem magisterium oraz 17 prac przed złożeniem wniosku o habilitację. Prace te dotyczą, między innymi, liczby zesputych elementów w różnych systemach z dyskretnym czasem życia elementów, wnioskowania największej wiarogodności o parametrach dyskretnego czasu życia w różnych systemach, resztowego czasu życia elementów w koherentnym systemie, rozkładu zepsutych elementów w systemie równoległym dla dyskretnych czasów życia DNID. Ponadto otrzymał wyniki dla k-tych rekordów dla dyskretnych zmiennych losowych. Wszystkie 17 prac są publikowane w bardzo dobrych czasopismach. Mianowicie, *Reliability Engineering and System Safety (1), Journal of Computational and Applied Mathematics (1) , Metrica (4) ,Statistics (2), Communications in Statistics - Theory and Methods (4), Statistics and Probability Letters (5), . Journal of Applied Probability (1) .*

Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową. Habilitant prowadził ożywioną działalność naukową, współpracując z wieloma matematykami, co widać w jego pracach wspólnych z innymi matematykmi. Szczegółowo przedstawił to w swoim *autoreferacie.*

Działalność organizacyjna. Habilitant brał czynny udział w organizowaniu i realizacji programu zajęć dla studentów. Brał udział w organizowaniu kierunku studiów: matematyka stosowana na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK, 2016 r. Brał czynny udział w organiziwaniu konferencji - Członek Komitetu Organizacyjnego XLIV Konferencji Statystyka Matematyczna, 2018, oraz Członek Komitetu Organizacyjnego 11-th International Conference on Ordered Statistical Data, 2014,Centrum Konferencyjno-Badawcze IM PAN w Będlewie.

Granty i projekty badawcze. Uczestniczył w grantach badawczych:
1. Zastępca kierownika Projektu badawczego *Applications of Probability in Reliability Theory zrealizowany w ramach "Inicjatywy Doskonałości–Uczelnia Badawcza".*
2. Uczestniczył w 4 grantach Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, (2012, 2014, 2015, 2018), jako główny wykonawca.
Habilitant otrzymał wiele nagród i wyróżnień, Rektora UMK.

Konkluzja. Uważam, że dr Krzysztof Jasiński jest w pełni dojrzałym matematykiem, prezentującym dużą kulturę matematyczną i szeroką wiedzę matematyczną. W mojej opinii, jego osiągnięcia w rozprawie *habilitacyjnej* i w pozostałym dorobku naukowym spełniają warunki stawiane obecnie Ustawą o tytule naukowym i stopniach naukowych. Zdecydowanie popieram wniosek o nadanie dr Krzysztofowi Jasińskiemu stopnia naukowego doktora habilitowanego.

Władysław Pustka