



Toruń, dnia 16 października 2025 r.

miejsowość, data

STRESZCZENIE ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Imię i nazwisko doktoranta: Władysław Klinikowski

Dyscyplina naukowa: matematyka

Tytuł rozprawy doktorskiej: Periodic Solutions of Nonlinear Damped Wave Equations on the Whole Euclidean Space

Streszczenie rozprawy doktorskiej: Rozprawa prezentuje kryteria na istnienie rozwiązań okresowych nieliniowych równań falowych ze składnikiem tłumienia, potencjałem typu Kato-Rellicha oraz nieliniowym składnikiem, który jest okresowy względem czasu. W przypadku rezonansu w nieskończoności, tj. gdy nieliniowy składnik jest ograniczony, a jądro linearyzacji prawej strony w nieskończoności jest nietrywialne, istnienie rozwiązań okresowych pokazano przy założeniu warunków typu Landesmana-Lazera lub tzw. warunków znaku. W sytuacji nierezonansowej, tzn. gdy jądro linearyzacji prawej strony w nieskończoności jest trywialne, istnienie (nietrywialnych) rozwiązań okresowych wykazano pod warunkiem, że linearyzacje w zerze i nieskończoności mają inną parzystość sumy krotności ujemnych wartości własnych. Zaproponowane podejście polega na znajdowaniu punktów stałych operatora przesunięcia wzdłuż trajektorii przy pomocy teorii indeksu dla kontrakcji względem miary niezwartości Hausdorffa.

Rozdział pierwszy stanowi przygotowanie do zastosowania metody przesunięcia wzdłuż trajektorii. Głównym wynikiem jest twierdzenie o ciągłej zależności rozwiązań ciągu zagadnień ewolucyjnych przy założeniu całkowitej zbieżności składników nieliniowych. Z tego rezultatu uzyskujemy ogólną zasadę uśredniania wykorzystaną później w dowodzie nierezonansowej zasady uśredniania.

W rozdziale drugim zajmujemy się liniowym równaniem falowym. Dowodzimy że, przy odpowiednich założeniach na asymptotykę potencjału, część istotna spektrum operatora Schrödingera zawiera się w dodatniej półprostej. Pokazujemy, że operator falowy generuje półgrupę ograniczonych operatorów liniowych i wyznaczamy jego spektrum. Definiujemy iloczyn skalarny zależny od potencjału i odpowiednio dobranej wartości parametru. Dowodzimy, że iloczyn ten indukuje normę równoważną ze standardową na przestrzeni fazowej. Pokazujemy, że półgrupa jest kontraktywna względem nowej normy na podprzestrzeni skończonego kowymiaru oraz, że jest kontrakcją względem miary niezwartości Hausdorffa na całej przestrzeni fazowej. Wyznaczamy spektrum operatorów z półgrupy na poszczególnych podprzestrzeniach. Obliczamy indeks punktu stałego operatora przesunięcia stowarzyszonego z liniowym równaniem falowym.



W rozdziale trzecim uzyskujemy oszacowanie miary niezwartości Hausdorffa dla ciągów nieliniowości i stowarzyszonych operatorów Niemyckiego. Wykazujemy, że operator przesunięcia stowarzyszony z rodziną ewolucyjnych równań falowych jest kontrakcją względem miary niezwartości Hausdorffa. Rozważamy ciąg zagadnień ewolucyjnych ze zmieniającymi się częstotliwościami i odpowiadający im ciąg rozwiązań okresowych. Dowodzimy, że wówczas ciąg warunków początkowych jest relatywnie zwarty w przestrzeni fazowej, co jest wykorzystywane w nierezonansowej zasadzie uśredniania.

Rozdziały czwarty i piąty zawierają główne wyniki rozprawy. W przypadku rezonansowym (rozdział czwarty) obliczamy indeks punktu stałego operatora przesunięcia stowarzyszonego z rodziną autonomicznych równań falowych, a następnie operatora stowarzyszonego z wyjściowym równaniem z parametrem (rezonansowa zasada uśredniania) i wyprowadzamy zasadę kontynuacji. Dowodzimy warunków geometrycznych dotyczących operatora Niemyckiego. Przedstawiamy dowód kryterium na istnienie rozwiązań okresowych, a następnie jego zastosowanie do równania z potencjałem Coulomba i odpowiednio dobranymi nieliniowościami.

W rozdziale piątym wykazujemy nierezonansową zasadę uśredniania dla rodziny równań falowych, nierezonansową zasadę uśredniania dla indeksu oraz zasadę kontynuacji. Następnie dowodzimy warunków dostatecznych dla oszacowań *a priori*. Obliczamy indeks punktu stałego operatora przesunięcia stowarzyszonego z autonomicznym równaniem falowym. Prezentujemy dowód kryterium na istnienie rozwiązań okresowych i jego zastosowanie do równania z potencjałem Coulomba i odpowiednimi klasami nieliniowości.

Władysław Klinikowski

.....
podpis doktoranta