

Prof. dr hab. inż. Jacek Banasiak
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej

Ocena dorobku naukowego dr Piotra Kokockiego

1 Wstęp

Dr Piotr Kokocki przez całe życie naukowe, z roczną przerwą na staż podoktorancki w Basque Center for Applied Mathematics w Hiszpanii, był związany z Uniwersytetem im. Mikołaja Kopernika w Toruniu, gdzie uzyskał stopień magistra w 2009 i, wkrótce potem, w 2012, stopień doktora nauk matematycznych. Jego zainteresowania naukowe skupiają się na nieliniowych układach dynamicznych, poczynając od klasycznych nieliniowych ewolucyjnych po nieliniową dynamikę zespoloną, którą zainteresował się w czasie stażu podoktoranckiego w Bilbao. Prace z tego nurtu, [H1]–[H3], stanowią jedną część prezentowanego wniosku o nadanie stopnia doktora habilitowanego. Dwie dalsze prace, [H4] i [H5], napisane z inną grupą współautorów, są dość luźno związane z wcześniejszymi trzema pracami w tym sensie, że gdzieś w ich tle widzimy dwuwymiarowe równanie Eulera i ich samopodobne rozwiązania z zadaną formą wirowości. Oprócz prac przedstawionych we wniosku habilitacyjnym, kandydat ma w dorobku kilkanaście prac z których kilka wcześniejszych, dotyczących zasady uśredniania i indeksu Krasnosielskiego dla nieliniowych równań ewolucyjnych, napisanych wspólnie z dr hab. A. Ćwiszewskim, wzbudziły spore zainteresowanie i mają sporo cytowań. Widać ponadto, że tematyka prac przedstawionych we wniosku habilitacyjnym jest obiektem dalszych badań, przedstawionych w pracach [S12], [S13].

Wyniki uzyskane przez dr Piotra Kokockiego zostały docenione poprzez przyznanie mu grantów Iuventus Plus i Preludium oraz poprzez włączenie go jako wykonawcy w grantach Opus i KBN. Ponadto otrzymał on wielokrotne stypendia Rektora UMK za opublikowanie wysoko punktowanych prac oraz Nagrodę III stopnia Rektora UMK za osiągnięcia naukowe. Istotną rolę w rozwoju kandydata odegrały wizyty w Basque Center of Mathematics w ramach stażu podoktoranckiego i wielokrotne wizyty w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauki, które umożliwiły mu współpracę z dr hab. T. Cieślakiem i Profesorem W. Ożańskim, która zaowocowała publikacjami [H4] i [H5], stanowiącymi część dorobku przedstawionego we wniosku habilitacyjnym.

Działalność dydaktyczna dr Kokockiego jest raczej skromna, zwłaszcza na tle obciążeń w innych ośrodkach w Polsce. Z drugiej strony, trzeba przyznać, że publikacje w *Physica D: Nonlinear Phenomena* i w *SIAM Journal on Mathematical Analysis* z magistrantem są wyjątkowym osiągnięciem.

2 Krótki opis dorobku naukowego

Na wstępie chciałbym zaznaczyć, że tematyka przedstawionego wniosku habilitacyjnego jest odległa od moich zainteresowań. Choć wiele lat temu zajmowałem się zagadnieniem Wienera-Hopfa i osobliwymi równaniami całkowymi, to trzy miesiące, przy równoległym wykonywaniu normalnych obowiązków służbowych, nie są wystarczającym okresem na opanowanie prezentowanej teorii w zakresie umożliwiającym dogłębną ocenę wyników technicznych i ich nowatorstwa. Moja opinia jest zatem z konieczności dość ogólna.

Jak wspominałem wyżej, trzy pierwsze prace wskazane jako osiągnięcie habilitacyjne, stanowią spójny cykl opisujących zastosowania zagadnienia Riemanna-Hilberta do analizy rozwiązań drugiego równania Painlevé i dalszych zastosowań, głównie do konstrukcji rozwiązań samopodobnych równań stanowiących przybliżenie równań ewolucji obszarów wirowości w dwuwymiarowym równaniu Eulera oraz zmodyfikowanego równania Kortewegi-deVriesa. Idea rozwijanej teorii sięga zagadnienia Wienera-Hopfa i jego zastosowania do liniowej dyfrakcji oraz innych zagadnień w liniowych równaniach cząstkowych, prowadzących do równań całkowych z jądrem osobliwym, opisywanych w klasycznej monografii Muskhelishvilego. Ogólniej, problemy te związane są z zagadnieniami brzegowymi dla funkcji analitycznych, to znaczy, z konstrukcją funkcji analitycznej na podstawie zadanego skoku tej funkcji wzdłuż pewnej krzywej na płaszczyźnie zespolonej. Ma to związek z teorią całkowalności układów dynamicznych, którą można z grubsza określić jako rekonstrukcję funkcji analitycznej na podstawie znanej struktury jej osobliwości. Analityczny formalizm łączący klasyczne funkcje specjalne będące rozwiązaniami liniowych równań drugiego rzędu z zagadnieniem Riemana-Hilberta bazuje na fakcie, że takie funkcje specjalne mają reprezentację za pomocą całki liniowej, a całki takie mogą być wyrażone za pomocą macierzowego zagadnienia Riemanna-Hilberta. Zatem klasyczne funkcje specjalne mogą być traktowane jako rozwiązania takiego zagadnienia Riemanna-Hilberta z odpowiednio dobranym konturem i macierzami zadającymi skoki na tym konturze zdefiniowanymi za pomocą odpowiednich skalarów (zespolonych), zwanych współczynnikami Stokesa. Przypuszczalnie pierwsze wyniki w tym kierunku dotyczyły reprezentacji funkcji Airy’ego. W przypadku liniowym podejście to nie daje wyraźnych korzyści, ale odpowiednia modyfikacja konturu, nałożenie dodatkowych ograniczeń na współczynniki Stokesa i wprowadzenie nieprzemiennych macierzy skoku pozwala na konstrukcję rozwiązań równań nieliniowych, w szczególności równań Painlevé, prowadząc do konstrukcji „nieliniowych funkcji specjalnych”, tak zwanych transcendentálnych funkcji Painlevé. W tym przypadku ani rozwiązanie zagadnienia Riemanna-Hilberta, ani rozwiązanie odpowiadającego mu równania Painlevé nie są dane jawnymi wzorami i możliwość badania równań nieliniowych za pomocą odpowiadających im osobliwych liniowych równań całkowych pozwala na udowodnienie szeregu własności analitycznych, w szczególności asymptotyki, rozwiązań tych pierwszych. Pierwsze wyniki w tym kierunku zostały uzyskane dla jednorodnego równania Painlevé II poprzez niewielką modyfikację konturu wykorzystanego w badaniu równania Airy’ego i wprowadzenie dodatkowego ograniczenia na współczynniki Stokesa.

Główna, i jedyna samodzielna, praca kandydata, stanowiąca podstawę dwóch dalszych prac, dotyczy niejednorodnego równania Painlevé II (ze stałą niejednorodnością). Modyfikując kontur i ograniczenia na współczynniki Stokesa dla równania jednorodnego, Ablowitz i Segur otrzymali tak zwane rzeczywiste i urojone rozwiązania niejednorodnego równania Painlevé II. W pracy [H1] autor otrzymał eleganckie wzory na wartości główne Cauchy’ego całek tych rozwiązań na prostej rzeczywistej. Dowód jest bardzo techniczny i wymaga szeregu kroków, gdyż, w przeciwieństwie do zagadnienia jednorodnego, odpowiednie zagadnienie Riemanna-Hilberta ma osobliwość w zerze. Z odpowiadających mu równań Flaschki-Newella wynika liniowe równanie na odpowiednie rozwiązanie fundamentalne (parametrix) $P(x)$ w otoczeniu zera. Asymptotyka rozwiązań Ablowitza-Segura, pozwalająca na wyliczenie ich całek, wynika z asymptotyki $P(x)P(-x)^{-1}$ dla $x \rightarrow \pm\infty$. Asymptotyka dla $x > 0$ jest znana, zaś głównym wkładem [H1] jest wyrażenie, poprzez ciąg deformacji, rozwiązań za pomocą $J_{\alpha-1/2}$ i $J_{1/2-\alpha}$. Warto dodać, że istnienie rozwiązania fundamentalnego zostało wykazane wcześniej, ale jego asymptotyka, zwłaszcza analiza wyrazów $O((-x)^{-1})$ umożliwiające wyliczenie całek, jest istotnym osiągnięciem autora.

Jak wspomniałem wcześniej, wzory na całki rozwiązań niejednorodnego równania Painlevé uzyskane w pracy [H1] stanowią podstawę dla dalszych prac przedstawionych we wniosku habilitacyjnym, które, co warto podkreślić, zostały napisane z magistrantem kandydata. W pracy [H2] autorzy zajmują się równaniem stanowiącym przybliżony opis dynamiki obszarów wirowych, czyli rozwiązań dwuwymiarowego równania Eulera ze stałą wirowością skupioną na ewoluującym zbiorze. Autorzy znajdują funkcję profilową wśród urojonych rozwiązań Ablowitza-Segura niejednorodnego równania Painlevé II i konstruują samopodobne rozwiązanie wprowadzonego wyżej równania. Dzięki temu dowodzą, że rozwiązanie to zbiega do podwójnej spirali logarytmicznej (poza początkiem układu) w tempie $O(t^{1/3})$ gdy $t \rightarrow 0^+$. Ideowo podobna jest praca [H3], gdzie wykorzystuje się rozwiązanie równania Painlevé do konstrukcji samopodobnego rozwiązania zmodyfikowanego równania Kortewegi-deVriesa. Asymptotyka skonstruowana w [H1] jest tutaj wykorzystana do pokazania, że rozwiązanie to zmierza to liniowej kombinacji delty Diraca i wartości głównej x^{-1} w przestrzeni dystrybucji temperowanych oraz do zbudowania jego rozwinięcia asymptotycznego gdy $x \rightarrow -\infty$.

Jak wspomniałem wcześniej, prace [H4] i [H5] są dość luźno związane z wcześniejszymi trzema pracami [H1]–[H3] w tym sensie, że gdzieś w ich tle widzimy dwuwymiarowe równanie Eulera i ich rozwiązania z zadaną formą wirowości. Prace te, pisane z innymi współautorami, nie wykorzystują wyników prac wcześniejszych. W pracy [H4] autorzy podają warunki, które gwarantują, że samopodobne pole prędkości z wirowością będącą miarą skoncentrowaną na rodzinie koncentrycznych spiral logarytmicznych jest słabym rozwiązaniem dwuwymiarowego równania Eulera na $\mathbb{R}^2$ wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są odpowiednie warunki zgodności prędkości i ciśnienia wzdłuż tych spiral. Drugim głównym wynikiem [H4] jest wyrażenie tych warunków zgodności za pomocą dyskretnych warunków nałożonych na parametry definiujące spirale będące nośnikami wirowości. W szczególności, rodzina spiral z symetrycznym rozkładem kątów

spełnia te warunki, dając istnienie słabych rozwiązań równania Eulera z wirowością skoncentrowaną na takich spiralach. W pracy [H5] autorzy rozważają istnienie niesymetrycznych rozwiązań spełniających powyższe warunki zgodności i dowodzą istnienia takich rozwiązań w zależności od ilości gałęzi spirali $M = 2, 3, 5, 7, 9$.

Zgodnie z oświadczeniami współautorów, kandydat był głównym autorem w pracach [H2] i [H3], zaś jego wkład w pracę [H4] jest z grubsza taki sam jak pozostałych autorów, a w pracy [H5] wynosi około 50%. Współautorzy [H4] i [H5] zgodnie podkreślają umiejętności i pomysłowość kandydata.

W sumie kandydat ma w swoim dorobku 16 prac opisanych w MathSciNet i bazie Scopus (18 w Google Scholar). Wszystkie prace przedstawione we wniosku habilitacyjnym zostały opublikowane (lub przyjęte do druku) w bardzo dobrych czasopismach. Według dwóch pierwszych baz danych, prace te były cytowane 56-57 razy, dając indeks h równy 5; Google Scholar podaje 108 cytowań z indeksem h równym 8. Najlepiej cytowane są wcześniejsze prace kandydata oraz prace [H4] i [H5] (ta ostatnia w wersji arXive według GS, gdyż pozostałe bazy danych jej jeszcze nie uwzględniają). Prace [H2] i [H3], mimo, że są wcześniejsze i opublikowane w wiodących czasopismach w tej dziedzinie, przeszły raczej niezauważone. Wynikać to może z ich wysokiej specjalizacji – wiadomo, że trudne specjalistyczne prace wymagają wysiłku, aby je zrozumieć i zastosować i, jeżeli nie są efektem pracy w dużej grupie, mają trudności z przebicciem się do szerszego obiegu. Warto podkreślić, że cytowania kandydata pochodzą od solidnych autorów i z prac na dobrym poziomie.

3 Podsumowanie

Dr Piotr Kokocki przedstawił jako osiągnięcie naukowe cykl pięciu prac pod wspólnym tytułem „Rozwiązania samopodobne w modelach związanych z dwuwymiarowym równaniem Eulera”. Jak zauważyłem powyżej, prace te dzielą się na dwie grupy prac różniących się od siebie stosowanymi technikami, ale powiązanymi tematyką rozwiązań samopodobnych albo równań Eulera (prace [H4] i [H5]), albo równania luźno powiązanych z równaniem Eulera (praca [H2]), albo zmodyfikowanego równania KdV, które można być uważane za pewien rodzaj równania dynamiki płynów. W pracy [H1] autor konstruuje subtelną asymptotykę rozwiązań równania Painlevé II, stanowiącą podstawę prac [H2] i [H3]. W mojej ocenie prace te mogą być uznane za należące do tematyki sformułowanej w tytule wniosku. Wszystkie prace zostały opublikowane we wiodących czasopismach tej dziedziny. Wymagały one opanowania solidnego warsztatu technicznego i wykorzystują bogatą literaturę tematu, przynosząc jednak nowe wyniki. Zgodnie z opinią współautorów, kandydat był albo głównym autorem prac, albo wniósł istotny wkład w ich powstanie, sugerując wiele nowatorskich rozwiązań. Na podstawie przedstawionych prac uważam, że dr Piotr Kokocki spełnia warunki, aby uzyskać stopień doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka.

