

<b>Rada Doskonałości Naukowej</b> 00-901 Warszawa, pl. Defilad 1 KANCELARIA (KB)
Wpłynęło dnia: ..... RPW: .....
Znak sprawy: ZG 4000 41.2020.1

**Rada Dyscypliny Nauki Fizyczne  
 Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu  
 ul. Grudziądzka 5, 87-100 Toruń**  
 (nazwa i dane adresowe podmiotu habilitującego,  
 wybranego do przeprowadzenia postępowania) za  
pośrednictwem:  
**Rady Doskonałości Naukowej**  
 pl. Defilad 1  
 00-901 Warszawa  
 (Pałac Kultury i Nauki, p. XXIV, pok. 2401)

**Andrzej Poszwa**  
 (imię i nazwisko wnioskodawcy)

**Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie,  
 Wydział Matematyki i Informatyki**  
 (miejsce pracy/jednostka naukowa)

### Wniosek

z dnia ...28.06.2020.....

o przeprowadzenie postępowania w sprawie nadania stopnia doktora habilitowanego  
 w dziedzinie **nauk ścisłych i przyrodniczych** w dyscyplinie **nauki fizyczne**

Określenie osiągnięcia naukowego będącego podstawą ubiegania się o nadanie stopnia doktora habilitowanego

**„Efekty związane ze spinem i efekty relatywistyczne w układach niskowymiarowych”**


Wnioskuje – na podstawie art. 221 ust. 10 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2018 r. poz. 1668 ze zm.) – aby komisja habilitacyjna podejmowała uchwałę w sprawie nadania stopnia doktora habilitowanego w głosowaniu ~~tajnym~~/jawnym\*<sup>1</sup>.

*Zostałem poinformowany, że:*

*Administratorem w odniesieniu do danych osobowych pozyskanych w ramach postępowania w sprawie nadania stopnia doktora habilitowanego jest Przewodniczący Rady Doskonałości Naukowej z siedzibą w Warszawie (pl. Defilad 1, XXIV piętro, 00-901 Warszawa).*

*Kontakt za pośrednictwem e-mail: [kancelaria@rdn.gov.pl](mailto:kancelaria@rdn.gov.pl), tel. 22 656 60 98 lub w siedzibie organu. Dane osobowe będą przetwarzane w oparciu o przesłankę wskazaną w art. 6 ust. 1 lit. c) Rozporządzenia UE 2016/679 z dnia z dnia 27 kwietnia 2016 r. w związku z art. 220 - 221 oraz art. 232 – 240 ustawy z dnia 20 lipca 2018 roku - Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce, w celu przeprowadzenie postępowania o nadanie stopnia doktora habilitowanego oraz realizacji praw i obowiązków oraz środków odwoławczych przewidzianych w tym postępowaniu.*

*Szczegółowa informacja na temat przetwarzania danych osobowych w postępowaniu dostępna jest na stronie [www.rdn.gov.pl/klauzula-informacyjna-rod0.html](http://www.rdn.gov.pl/klauzula-informacyjna-rod0.html)*

  
 (podpis wnioskodawcy)

**Załączniki:** dane wnioskodawcy, wykaz osiągnięć naukowych, autoreferat, oświadczenie współautorów, kopia dyplomu, kopia dokumentów w wersji cyfrowej (pendrive x 2)

<sup>1</sup> \* Niepotrzebne skreślić.

Dr Andrzej Poszwa  
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie  
Wydział Matematyki i Informatyki  
ul. Słoneczna 54, 10-710 Olsztyn

## AUTOREFERAT

### I. Imię i nazwisko:

Andrzej Poszwa

### II. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe lub artystyczne – z podaniem podmiotu nadającego stopień, roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej:

- 1992 r.: Uniwersytet Jagielloński w Krakowie, Wydział Matematyki i Fizyki, stopień magistra fizyki, fizyka teoretyczna, promotor pracy - Prof. dr hab. Kacper Zalewski, tytuł pracy: *Oszacowanie wkładu stanów pośrednich  $\pi\pi$  i  $K\bar{K}$  do różnicy mas mezonów powabnych  $D_1, D_2$ .*
- 2005 r.: Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, Wydział Fizyki Astronomii i Informatyki Stosowanej, stopień doktora nauk fizycznych, promotor pracy - Prof. dr hab. Andrzej Rutkowski, tytuł pracy: *Metoda szeregów potęgowych w zagadnieniu własnym operatora Hamiltona.*

### III. Informacja o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych lub artystycznych:

- Od 2005, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, adiunkt
- 1999-2005, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, asystent
- 1998-1999, Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Olsztynie, asystent
- 1993-1997, Uniwersytet Warszawski Filia w Białymstoku, asystent
- 1992 Instytut Fizyki Jądrowej w Krakowie, asystent-stażysta

### IV. Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 Ustawy:

- **Cykl publikacji:** Efekty związane ze spinem i efekty relatywistyczne w układach niskowymiarowych.
  - [H1] A. Poszwa, *Two-electron spherical quantum dot in a magnetic field*, Few-Body Systems **57** (12), 1127–1138 (2016).
  - [H2] A. Poszwa, *Decoherence of spin states induced by Rashba spin-orbit coupling*, Physica Scripta **93** (2), 025102 (2018).
  - [H3] A. Poszwa, *Decoherence of spin states induced by Rashba coupling for an electron confined to a semiconductor quantum dot in the presence of a magnetic field*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **99**, 145–151 (2018).

- [H4] A. Rutkowski, A. Poszwa, *Relativistic corrections for a two-dimensional hydrogen-like atom in the presence of a constant magnetic field*, Physica Scripta **79** (6) (2009) 065010.
- [H5] A. Poszwa and A. Rutkowski, *Relativistic Paschen-Back effect for the two-dimensional H-like atoms*, Acta Physica Polonica A **117** (3) 439–444 (2010).
- [H6] A. Poszwa, *Relativistic two-dimensional H-like model atoms in an external magnetic field*, Physica Scripta **84** (5), 055002 (2011).
- [H7] A. Poszwa, *Dirac electron in the two-dimensional Debye-Yukawa potential*, Physica Scripta **89** (6), 065401 (2014).

- **Omówienie celu naukowego prac i osiągniętych wyników:**

Stany spinowe elektronu są przedmiotem intensywnych badań teoretycznych i doświadczalnych w związku z rosnącym znaczeniem *spinowego stopnia swobody* elektronu dla rozwoju elektroniki spinowej (spintroniki) i współczesnych technologii informatycznych, w szczególności dotyczących przechowywania i manipulowania danymi zakodowanymi w spinie [1, 2]. W kontekście potencjalnego wykorzystania spinu, szczególnego znaczenia nabierają metody pozwalające na sterowanie dynamiką spinu za pomocą zewnętrznych pól magnetycznych i elektrycznych [3–5]. W porównaniu do trójwymiarowych układów objętościowych (bulk systems) bardziej obiecujące pod tym względem są struktury półprzewodnikowe o niskiej wymiarowości (low-dimensional systems), tzn. takie w których co najmniej jeden wymiar przestrzenny jest porównywalny z długością fali de Broglie’a elektronu. Układy niskowymiarowe stanowią szczególną grupę, ponieważ na skutek ograniczenia ruchu w jednym lub w kilku kierunkach przestrzennych, przejawiają one odmienne właściwości elektryczne, chemiczne, magnetyczne, termodynamiczne i optyczne w porównaniu z odpowiednimi układami trójwymiarowymi w dużej skali, zbudowanymi z tych samych elementarnych składników. Redukcja liczby stopni swobody prowadzi do efektów kwantowania wymiarowego (quantum-size effects) związanych z ograniczeniem ruchu elektronu w jednym-, w dwóch- bądź w trzech wymiarach [6, 7]. Odpowiednie nanostruktury realizujące *więzy* ograniczające ruch elektronów za pomocą barier potencjału noszą nazwę studni kwantowych, drutów kwantowych (nanodrutów) i kropek kwantowych. Tradycyjnie przyjmuje się, że struktury o zredukowanej liczbie wymiarów klasyfikuje się według liczby *pozostałych stopni swobody* a nie liczby kierunków, w których występuje uwięzienie (confinement). Stąd, studnie kwantowe są strukturami dwuwymiarowymi (2D), nanodrutę tworzą struktury jednowymiarowe (1D), zaś kropki kwantowe przyjęło się traktować jako obiekty zero-wymiarowe, w tym sensie że kwantowanie ruchu elektronu (lub dziury) następuje w każdym z trzech kierunków przestrzennych. W tym miejscu należy dodać, że będziemy stosować odstępstwo od powyższego schematu klasyfikacji, mówiąc po prostu o dwuwymiarowej kropce kwantowej mając przy tym na myśli odpowiednią heterostrukturę, w której ruch elektronów został ograniczony do płaszczyzny i jednocześnie za pomocą odpowiednich potencjałów *zewnętrznych* do skończonego obszaru. Na ogół średnica kropki kwantowej  $d \sim 10 - 100\text{nm}$  jest porównywalna ze średnią drogą swobodną elektronów na poziomie Fermiego. Wydaje się więc naturalne stosowanie, do opisu właściwości

kropek kwantowych, przybliżenia potencjału średniego. Kropki kwantowe są często nazywane sztucznymi atomami, jednak w odróżnieniu od prawdziwych atomów, dla których potencjał (kulombowski) jest znany, potencjał samouzgodniony który utrzymuje elektrony (dziury) w kropce kwantowej jest trudny do określenia z *pierwszych zasad*. Jednakże, wiele eksperymentów i badań teoretycznych wskazuje na to, że dla kropek kwantowych zawierających niewielką liczbę elektronów, dobrym przybliżeniem potencjału efektywnego jest potencjał paraboliczny [8, 9]. Obserwowalne właściwości optyczne, magnetyczne i transportowe kropek kwantowych są wynikiem wpływu potencjału odpowiedzialnego za uwięzienie elektronów w kropce, zewnętrznego pola magnetycznego, odpychania kulombowskiego pomiędzy elektronami oraz korelacji elektronowej. Teoretyczne badanie tych efektów w układzie dwuelektronowym ma znaczenie szczególne dzięki temu, że stany własne mogą być wyznaczone z dużą dokładnością, a w niektórych przypadkach ściśle [10–13]. Porównanie wyników otrzymanych w ramach przybliżenia Hartree-Focka z wynikami uzyskanymi w podejściu ścisłym do problemu dwuelektronowego wykazuje, że efekty korelacyjno-wymienne są istotne [14, 15]. Wykorzystując modele dwuwymiarowe udaje się wyjaśnić wiele obserwowalnych charakterystyk kropek kwantowych, posiadających niewielką rozciągłość w jednym kierunku, w porównaniu z rozciągłością przestrzenną w dwóch pozostałych kierunkach [16–18]. W szczególności, jednym z bardziej interesujących efektów występujących w układzie dwuelektronowym jest mierzalne eksperymentalnie przejście ze stanu singletowego do trypletowego stanu spinowego (przejście S-T), obserwowalne w stanie podstawowym pary elektronów, które jest indukowane przez zewnętrzne pole magnetyczne działające prostopadle do płaszczyzny quasi-dwuwymiarowej kropki [19]. Stosując modele 2D uzyskuje się położenie punktu przejścia S-T bliskie pozycji eksperymentalnej, jednak systematycznie przesunięte w kierunku niższych wartości indukcji magnetycznej w stosunku do zmierzonej wartości, odpowiadającej przejściu S-T [20, 21]. Źródłem tej niezgodności jest zaniedbanie trzeciego wymiaru kropki kwantowej w modelu 2D [13, 22, 23]. Jednym z ważniejszych wyników uzyskanych w pracy [H1] jest porównanie modeli 3D i 2D z wynikami doświadczeń dla dwuelektronowej, półprzewodnikowej kropki kwantowej (GaAs) w polu magnetycznym, dla trzech różnych wartości *stałej siłowej*  $\omega_0$  potencjału oscylatora harmonicznego:  $\hbar\omega_0 = 4.2\text{meV}$ ,  $\hbar\omega_0 = 3.7\text{meV}$ ,  $\hbar\omega_0 = 2.9\text{meV}$  [24]. Wielkością bezpośrednio mierzoną w eksperymencie jest różnica potencjałów chemicznych pomiędzy układem  $N$ -elektronowym i  $(N - 1)$ -elektronowym,  $\Delta\mu = \mu(N, B) - \mu(N - 1, B)$  (addition energy) [25]. W przebiegu zależności  $\Delta\mu$  od pola magnetycznego pojawia się charakterystyczne ostrze (typu cusp) przy indukcji magnetycznej, odpowiadającej przejściu S-T w stanie podstawowym. Model 3D w porównaniu z modelem 2D daje wartość punktu przejścia leżącą powyżej wartości doświadczalnej. Wskazuje to na to, że niezgodność modelu 2D z wynikiem eksperymentu jest spowodowana nieuwzględnieniem rozciągłości przestrzennej kropki w trzecim wymiarze. Należy podkreślić, że w przypadku problemu trójwymiarowego, w obecności pola magnetycznego, równanie Schrödingera nie jest w pełni separowalne. Po odseparowaniu ruchu środka masy, potencjał efektywny występujący w równaniu ruchu względnego zależy od kąta sferycznego  $\vartheta$ . W pracy [H1] uzyskano rozwiązanie

nieseparowalnego równania Schrödingera w postaci podwójnego szeregu potęgowego, tzn. szeregu potęgowego względem zmiennej  $\rho = r \sin \vartheta$ , o współczynnikach będących szeregami potęgowymi w zmiennej radialnej  $r$ . Energie i funkcje falowe zostały znalezione poprzez nałożenie na rozwiązanie ogólne, będące kombinacją liniową rozwiązań szczególnych, odpowiednich warunków brzegowych w skończonej odległości  $r = R$ , od centrum. Warunki brzegowe uzyskuje się na podstawie rozwiązań asymptotycznych równań radialnych [26]. Dzieliąc całą przestrzeń na dwa obszary  $r \leq R$  i  $r > R$ , definiujemy rozwiązania *lewo-stronne*, w postaci szeregów potęgowych i rozwiązania *prawo-stronne*, jako rozwiązania równań asymptotycznych. Poprzez iterację warunku ciągłości pochodnych logarytmicznych rozwiązań lewo- i prawostronnych uzyskuje się spełnienie warunku brzegowego, gwarantującego całkowalność z kwadratem rozwiązania ogólnego. Zwiększając  $R$ , można otrzymać wyniki w zasadzie z dowolną dokładnością. Wymaga to jednak, jednoczesnego zwiększenia długości rozwinięcia w zmiennej radialnej, a co za tym idzie również zastosowania arytmetyki wysokiej precyzji, wymaganej przy sumowaniu naprzemiennych szeregów potęgowych [27]. W pracy [H1] została przedyskutowana także ważna kwestia dotycząca możliwości wystąpienia efektu krystalizacji Wignera [28]. W granicy silnego pola magnetycznego dynamika układu separuje się, w przybliżeniu. Obecność poprzecznego potencjału oscylatora harmonicznego lokalizuje centra orbit Landaua na osi równoległej do kierunku jednorodnego pola magnetycznego. Z kolei jednowymiarowy potencjał efektywny, który otrzymuje się po uśrednieniu trójwymiarowego potencjału kulombowskiego po stanach ruchu poprzecznego, posiada minimum lokalne co powoduje, że elektrony zostają zlokalizowane w stałej odległości wzajemnej.

Efekty związane z oddziaływaniem spin-orbita (SO) w strukturach niskowymiarowych odgrywają kluczową rolę w rozwoju spintroniki [1–3]. Sprzężenie SO w układach o niskiej wymiarowości pozwala sterować dynamiką spinu elektronu poprzez kontrolowaną zmianę stałej sprzężenia SO za pomocą zewnętrznego pola elektrycznego [29, 30]. Może ono być generowane odpowiednią bramką napięcia lub jest to samouzgodnione pole elektryczne powstające w odpowiedniej heterostrukturze. Wiadomo że, elektron poruszający się w polu elektrycznym, w układzie własnym *doświadcza* także wpływu pola magnetycznego. Obecność pola magnetycznego w układzie własnym elektronu jest wynikiem transformacji Lorentza. W przypadku jednorodnego pola elektrycznego  $\mathbf{E}$ , pole magnetyczne w układzie odniesienia związanym z cząstką poruszającą się z prędkością  $\mathbf{v}$ , dane jest wzorem  $\mathbf{B} = \mathbf{E} \times \mathbf{v}/c$ . Pole magnetyczne  $\mathbf{B}$  sprzęga się ze spinowym momentem magnetycznym elektronu, co prowadzi do efektu znanego jako oddziaływanie spin-orbita. W konsekwencji poziomy energetyczne elektronu ulegają przesunięciu. Dla dwuwymiarowego gazu elektronów swobodnych poruszających się w polu elektrycznym  $\mathbf{E} = E\hat{z}$  prostopadłym do płaszczyzny ruchu, operator oddziaływania SO przyjmuje postać [31]

$$H_R = \frac{\alpha_R}{\hbar}(\sigma_x p_y - \sigma_y p_x),$$

gdzie  $\alpha_R$  jest parametrem fenomenologicznym. Oddziaływanie SO opisywane powyższym Hamiltonianem jest nazywane oddziaływaniem spin-orbita typu Bychkova-

Rashby (RSOI) [32–35]. Wartość stałej sprzężenia  $\alpha_R$  może zmieniać się nawet o dwa rzędy wielkości, zależnie od materiału. Przykładowo, dla struktury  $InGaAs/InAlAs$  wynosi ona  $\alpha_R \approx 0.67 \cdot 10^{-11} \text{eV} \cdot \text{m}$ , zaś dla izolatora topologicznego  $Bi_2Se_3$ ,  $\alpha_R \approx 4 \cdot 10^{-10} \text{eV} \cdot \text{m}$ . Jak wynika z powyższego opisu, źródłem RSOI jest między innymi pole elektryczne nanostruktury, które z kolei jest wynikiem asymetrii potencjału elektrostatycznego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny ruchu,  $xy$ . Asymetria oznacza, że potencjał ten posiada niezerowy gradient w kierunku  $\hat{z}$ , a więc jest źródłem pola elektrycznego prostopadłego do płaszczyzny  $z = 0$ . Zauważmy, że dla układów objętościowych, charakteryzujących się symetrią translacyjną, możemy przyjąć  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ . Rozszczępienie SO jakie wówczas dostajemy dla parabolicznej relacji dyspersyjnej, w przypadku transportu balistycznego w dwóch wymiarach, jest proporcjonalne do modułu wektora falowego,  $E_{1,2} = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2m \pm \alpha_R k$  [36]. Należy podkreślić, że omówiony powyżej mechanizm prowadzący do pojawienia się RSOI nie jest jedynym możliwym. Niska wymiarowość nanostruktury nie jest warunkiem koniecznym dla wystąpienia sprzężenia RSOI. Dla trójwymiarowych układów objętościowych, RSOI definiuje się jako SO, którego Hamiltonian jest liniowy i antysymetryczny względem składowych wektora falowego. Źródłem RSOI, w tym przypadku, jest brak symetrii struktury krystalicznej względem transformacji inwersji przestrzennej. Innym, rodzajem sprzężenia SO związanym z brakiem symetrii względem odbicia przestrzennego jest oddziaływanie, określane jako oddziaływanie SO, typu *Dresselhaus* (DSOI) [37]. W przypadku DSOI, odpowiedni operator oddziaływania zawiera kombinację składowych wektora falowego, w trzeciej potęgę. W układach dwuwymiarowych, DSOI opisywane jest za pomocą Hamiltonianu  $H_D = \beta(\sigma_x k_x - \sigma_y k_y)$  [31]. W strukturach niskowymiarowych, dominującym oddziaływaniem spin-orbita jest RSOI, opisywane operatorem  $H_R$ , zdefiniowanym powyżej.

W pracy [H2] zbadano wpływ RSOI na właściwości *informacyjne* jedno- i dwuelektronowych stanów spinowych oraz właściwości transportowe dwuwymiarowych nanodrutów półprzewodnikowych (GaAs) w obecności *ograniczenia przestrzennego* (*confinementu*). Jako potencjał odpowiedzialny za ograniczenie przestrzenne, w kierunku poprzecznym w stosunku do kierunku transportu, przyjęto potencjał nieskończenie głębokiej, prostokątnej studni.

Dekoherencja stanu kwantowego oznacza utratę spójności fazowej związaną z obecnością oddziaływań zmieniających fazę tego stanu w sposób przypadkowy (stochastyczny), takich jak np. oddziaływania nadsubtelne z momentami magnetycznymi jąder atomowych w kryształach [38, 39]. Zmiana fazy stanu jest tutaj konsekwencją zmiany energii, związanej z rozpraszaniem nieelastycznym. Dekoherencja może być też wynikiem oddziaływania podukładu, będącego częścią większego układu, z pozostałą częścią całości. W przypadku gdy oddziaływania te mają charakter niedeterministyczny, w tym znaczeniu że nie dają opisać się za pomocą odpowiedniego potencjału, jedyną możliwością zdefiniowania stanów podukładu jest określenie ich za pomocą zredukowanego operatora statystycznego (zredukowanej macierzy gęstości). Macierz taką otrzymuje się poprzez uśrednienie macierzy gęstości, opisującej stany całego układu, względem stanów tej części układu, która nie należy do

rozpatrywanego podukładu. Otrzymane w ten sposób stany podukładu są silnie skorelowane ze stanami pozostałej części układu (otoczenia). Są one stanami mieszanymi, charakteryzującymi się częściowym lub całkowitym brakiem spójności fazowej. Jedną z miar stopnia korelacji kwantowej w układzie lub stopnia spójności fazowej stanu kwantowego, jest entropia informacyjna von Neumanna (vN), zdefiniowana jako  $S_{vN} = -\sum_k \lambda_k \log_2 \lambda_k$ , gdzie  $\lambda_k$  są wartościami własnymi zredukowanej macierzy gęstości, opisującej stany podukładu [40]. Jednocześnie, wielkość  $S_{vN}$  może być używana jako miara splątania kwantowego, będącego rodzajem korelacji kwantowej. Splątanie może zachodzić pomiędzy podukładami lub pomiędzy układem i otoczeniem. Z matematycznego punktu widzenia, stany spinowe i orbitalne układu w obecności sprzężenia SO można opisywać analogicznie jak dla układu złożonego z dwóch oddziaływujących ze sobą podukładów, tzn. posługując się formalizmem zredukowanej macierzy gęstości [41, 42]. W tym przypadku oddziaływanie pomiędzy podukładami ma charakter *deterministyczny*, tzn. daje opisać się ściśle za pomocą odpowiedniego potencjału oddziaływania. Ta właściwość umożliwia znalezienie stanów (czystych) układu jako całości i tym samym pozwala obliczyć zredukowaną macierz gęstości jednego z podukładów (np. spinu), poprzez uśrednienie względem stanów drugiego podukładu (stany orbitalne). W konsekwencji, unikamy problemu definiowania odpowiednich wag statystycznych w celu określenia stanów (mieszanych) podukładu. W tym miejscu należy dodać, że z punktu widzenia zawartości informacji, stan całego układu (stan czysty) jest lepiej określony niż stany jego części (stany mieszane) co jest cechą tylko układów kwantowych. Cecha ta nie występuje w fizyce klasycznej [43]. Jak wiadomo, SO prowadzi do sprzężenia ortogonalnych stanów własnych operatora spinu do wzajemnie ortogonalnych stanów własnych ruchu orbitalnego, co w konsekwencji oznacza, że spinowa liczba kwantowa i liczba kwantowa momentu pędu nie są osobno dobrymi liczbami kwantowymi. Jednakże, stosując formalizm macierzy gęstości, możemy zdefiniować stany spinowe lub orbitalne układu w obecności SO analogicznie jak w przypadku dwóch oddziaływujących ze sobą podukładów [41, 42]. Dowolny stan układu jednoelektronowego w nieobecności sprzężenia SO możemy przedstawić w postaci wektora stanu  $|\Omega_0\rangle = (\alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle) \otimes |\Phi_0\rangle$ , gdzie  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ , zaś  $|\Phi_0\rangle$  jest unormowanym stanem orbitalnym elektronu. Odpowiadająca stanowi  $|\Omega_0\rangle$  macierz gęstości, w bazie stanów spinowych  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$  ma postać

$$\rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{bmatrix} \Phi_0(\mathbf{r})\Phi_0^*(\mathbf{r}').$$

Spinową macierz gęstości otrzymamy uśredniając po współrzędnych przestrzennych elektronu,

$$\rho_0^{(\text{spin})} = \text{Tr} \rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{bmatrix}.$$

Wartościami własnymi powyższej macierzy są  $\lambda_1 = 0$  i  $\lambda_2 = 1$ , co daje entropię informacyjną  $S_{vN} = 0$ , a więc czysty stan spinowy. W obecności SO stan spinowo-orbitalny układu jednoelektronowego możemy zapisać w postaci wektora stanu

$|\Omega\rangle = \alpha|\uparrow\rangle \otimes |\Phi_1\rangle + \beta|\downarrow\rangle \otimes |\Phi_2\rangle$ , gdzie  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$  i  $\langle\Phi_i|\Phi_j\rangle = \delta_{ij}$ , lub alternatywnie za pomocą macierzy gęstości,

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 \Phi_1(\mathbf{r})\Phi_1^*(\mathbf{r}') & \alpha\beta^* \Phi_1(\mathbf{r})\Phi_2^*(\mathbf{r}') \\ \alpha^*\beta \Phi_2(\mathbf{r})\Phi_1^*(\mathbf{r}') & |\beta|^2 \Phi_2(\mathbf{r})\Phi_2^*(\mathbf{r}') \end{bmatrix}.$$

W tym przypadku, stany spinowe opisuje zredukowana macierz gęstości,

$$\rho^{(\text{spin})} = \text{Tr}\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & 0 \\ 0 & |\beta|^2 \end{bmatrix},$$

której elementy niediagonalne są równe zero, na skutek ortogonalności orbitalnych funkcji falowych  $\Phi_1(\mathbf{r})$  i  $\Phi_2(\mathbf{r})$ . Dla stanu opisywanego macierzą  $\rho^{(\text{spin})}$ , na ogół otrzymujemy  $S_{vN} > 0$ , z wyjątkiem trywialnego przypadku kiedy jeden ze współczynników  $\alpha$  lub  $\beta$  jest równy zero. Otrzymany stan spinowy, w ogólnym przypadku, jest zatem stanem mieszanym. Jest warto podkreślić, że dla jednoelektronowych stanów spinowych daje się ustalić wzajemnie jednoznaczny związek pomiędzy entropią informacyjną  $S_{vN}$ , będącą wielkością czysto teoretyczną a polaryzacją spinową elektronu, która jest z kolei charakterystyką spinu, mierzalną eksperymentalnie. Wektor polaryzacji spinowej (wektor Blocha) definiujemy jako bezwymiarowy wektor  $\mathbf{P} = \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}\rho^{(\text{spin})})$ . Dla stanu czystego otrzymuje się

$$\mathbf{P} = (2\text{Re}(\alpha^*\beta), 2\text{Im}(\alpha\beta^*), |\alpha|^2 - |\beta|^2),$$

co daje zawsze stałą wartość  $P = |\mathbf{P}| = 1$ . Geometrycznie, czyste stany spinowe elektronu ( $S_{vN} = 0$ ) odpowiadają punktom na sferze jednostkowej ( $P = 1$ ), nazywaną sferą Blocha [43]. Dla stanów spinowych mieszanych, z jednej strony dostajemy  $P = ||\alpha|^2 - |\beta|^2| < 1$ , z drugiej zaś strony mamy  $S_{vN} > 0$ . Stany mieszane reprezentowane są zatem przez punkty leżące wewnątrz sfery Blocha. Wyrażając wartości własne spinowej macierzy gęstości za pomocą składowych wektora Blocha otrzymujemy związek,

$$S_{vN} = -\frac{1}{2}(1-P)\log_2\frac{1-P}{2} - \frac{1}{2}(1+P)\log_2\frac{1+P}{2}.$$

Związek ten łączy entropię  $vN$  z modułem wektora polaryzacji, dla dowolnych jednoelektronowych stanów spinowych.

Zdefiniowane powyżej stany spinowe, opisane zredukowaną macierzą gęstości  $\rho^{(\text{spin})}$  są wynikiem uśrednienia po współrzędnych przestrzennych elektronu. Dla stanów tych otrzymujemy wektor polaryzacji spinowej

$$\mathbf{P} = (0, 0, |\alpha|^2 - |\beta|^2).$$

Załóżmy teraz, że elektron jest w czystym stanie spinowym  $|\omega_0\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$ , gdzie  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ , przy czym amplitudy odpowiednich stanów spinowych są funkcjami czasu, tzn.  $\alpha = \alpha(t)$  i  $\beta = \beta(t)$ . Zakładając, że moduły tych funkcji są



niezależne od czasu, a ich fazy zmieniają się w sposób przypadkowy, i uśredniając wektor polaryzacji spinowej względem czasu, otrzymujemy

$$\langle \mathbf{P} \rangle = \left( 2\langle \text{Re}(\alpha^* \beta) \rangle, 2\langle \text{Im}(\alpha \beta^*) \rangle, \langle |\alpha|^2 - |\beta|^2 \rangle \right) = \left( 0, 0, |\alpha|^2 - |\beta|^2 \right).$$

Otrzymaliśmy taki sam wynik jak dla stanów spinowych w obecności sprzężenia SO, zdefiniowanych za pomocą zredukowanego operatora gęstości. Opisane tutaj dwa mechanizmy dekoherencji spinu, prowadzące do jednakowego *tlumienia* modułu wektora polaryzacji spinowej są jednak istotnie różne. W przypadku faz stochastycznie zmieniających się w czasie (np. na skutek oddziaływań nadsubtelnych w kryształach) dekoherencja spinu ma charakter niedeterministyczny. Dekoherencję spinu indukowaną sprzężeniem SO możemy z kolei określić jako deterministyczną. Z przeprowadzonej analizy, wynika że *zaniedbanie* orbitalnych stopni swobody pozostawia spinowe stopnie swobody na ogół w stanie mieszanym. Istotną kwestią jest zbadanie, w jakim stopniu stany te są stanami mieszanymi.

W pracy [H2] zbadano właściwości jedno- i dwu-elektronowych stanów związanych, w obecności RSOI, powstających w jednowymiarowym nanodrucie, o skończonej długości. Uzyskano zwarte analityczne rozwiązania *dwuskładnikowego* równania Schrödingera dla elektronu uwięzionego w jednowymiarowej studni potencjału, w obecności RSOI. Rozwiązania te pokazują, że względne fazy odpowiednich amplitud spinowych pojawiające się w elementach niediagonalnych spinowej (zredukowanej) macierzy gęstości mogą być kontrolowane za pomocą stałej sprzężenia RSOI. Fazy te są odpowiedzialne za efekty interferencyjne. Rozwiązania jednoelektronowe wykorzystano do konstrukcji rozwiązań dwuelektronowych, otrzymanych poprzez nałożenie odpowiednich warunków symetrii. W pracy [H2] pokazano, że analogiczny związek jaki występuje między entropią informacyjną  $vN$  a modułem wektora polaryzacji spinowej, obowiązuje także dla dwuelektronowych stanów związanych. W przypadku stanów jednoelektronowych, oscylujące zachowanie się entropii  $S_{vN}$ , w funkcji stałej sprzężenia RSOI, jednoznacznie odpowiada oscylacyjnemu zachowaniu modułu wektora polaryzacji spinowej. Dla stanów dwuelektronowych, podobna odpowiedniość występuje pomiędzy entropią  $vN$  a liczbą kwantową całkowitego spinu, traktowanymi jako funkcje stałej sprzężenia spinowo-orbitalnego. W pracy [H2] zbadano także wpływ RSOI na właściwości transportu balistycznego dla elektronów poruszających się w dwuwymiarowym nanodrucie, w obecności zewnętrznego potencjału nieskończonej studni jednowymiarowej, w kierunku prostopadłym do kierunku transportu. Pokazano, że dla pewnych dyskretnych wartości szerokości nanodrutu znika liniowe względem modułu wektora falowego rozszczepienie parabolicznej relacji dyspersyjnej wynikające z obecności sprzężenia RSOI, w układzie z pełną symetrią translacyjną. Tym samym, w obecności poprzecznego ograniczenia przestrzennego, RSOI przy pewnych warunkach staje się efektem drugiego rzędu w stałej sprzężenia  $\alpha_R$ .

Efekty związane z RSOI dla kropki kwantowej modelowanej, w przybliżeniu masy efektywnej, potencjałem parabolicznym w dwóch wymiarach, zostały zbadane w pracy [H3]. Równanie Schrödingera uwzględniające zewnętrzne pole magnetyczne i potencjał oddziaływania SO, rozwiązano metodą diagonalizacji Hamiltonianu w

bazie funkcji własnych dwuwymiarowego oscylatora harmonicznego. Macierz Hamiltonianu sprowadzono do postaci trójdzielnej, wykorzystując algorytm Lanczosa [44]. Dla energii odpowiednich par stanów *oddziaływujących* uzyskano wyrażenia analityczne, uwzględniające sprzężenie SO w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń oraz obliczono poprawki rzędu drugiego. Istnienie wzajemnie jednoznacznej odpowiedniości pomiędzy zachowaniem entropii  $vN$  jednoelektronowych stanów spinowych, jako funkcji zewnętrznego pola magnetycznego oraz jako funkcji stałej sprzężenia  $\alpha_R$ , a polaryzacją spinową pozwala weryfikować doświadczalnie przewidywania teoretyczne dotyczące korelacji kwantowych, w szczególności splątania kwantowego, pomiędzy dwoma układami [45]. Monotoniczny wzrost entropii  $vN$  w funkcji stałej sprzężenia SO oznacza, że im silniejsze sprzężenie SO tym mniejszą posiadamy informację o jednoelektronowym stanie spinowym. Wzrost entropii  $vN$  lub alternatywnie zmniejszenie wartości modułu wektora polaryzacji spinowej są miarą stopnia utraty tej informacji.

Omówione powyżej RSOI jest wynikiem braku symetrii nanostruktury względem transformacji inwersji przestrzennej. Oddziaływanie SO, niezależnie od wytwarzającego je mechanizmu, możemy traktować jako efekt relatywistyczny naruszający symetrię problemu, ponieważ SO częściowo znosi degenerację poziomów, wynikającą z istnienia określonej symetrii Hamiltonianu nierelatywistycznego. Efekty relatywistyczne niezależne od spinu takie jak relatywistyczna poprawka do energii kinetycznej lub poprawka Darwina możemy określić jako *skalarne*. Ujawniają się one jako przesunięcie poziomów nierelatywistycznych, bez naruszenia struktury widma. Badanie efektów relatywistycznych w strukturach niskowymiarowych, oprócz tego że jest interesujące z punktu widzenia czysto teoretycznego, jest także istotne dla zrozumienia wielu aspektów fizyki niskowymiarowych układów półprzewodnikowych. Przykładem mogą być elektronowe właściwości grafenu. Kwazicząstki nazywane elektronami Diraca w grafenie posiadają strukturę pasmową, której elektronowe i dziurowe pasma stykają się w dwóch punktach strefy Brillouina [46]. W pobliżu tych tzw. *punktów Diraca* kwazicząstki spełniają bezmasowe równanie Diraca, w dwóch wymiarach, tzn. zachowują się one jak bezmasowe cząstki relatywistyczne, co prowadzi do liniowej relacji dyspersyjnej  $\epsilon(\mathbf{k}) = vk$  ( $v \simeq 10^6 \text{m/s}$ ) [47]. Umiejętność szacowania wpływu różnych efektów na właściwości badanego układu fizycznego jest fundamentalna dla poprawnej interpretacji wyników doświadczalnych. Kompletny opis efektów relatywistycznych uwzględniający oddziaływanie spin-orbita oraz skalarne efekty relatywistyczne jest możliwy tylko w oparciu o równanie Diraca.

Redukcja liczby wymiarów wymaga przededefiniowania pewnych pojęć. Problem może także stanowić niejednoznaczność w doborze odpowiedniego potencjału opisującego oddziaływanie w układzie niskowymiarowym. Przykładem może być potencjał kulombowski w dwóch wymiarach, za który przyjmuje się  $V_C \sim 1/\rho$ , ale także  $V \sim \log \rho$ . Potencjał logarytmiczny odpowiada potencjałowi wytwarzanemu przez jednorodnie naładowaną nić w płaszczyźnie do niej prostopadłej. Dokładne rozwiązanie równań Maxwella w dwóch wymiarach prowadzi do bardziej złożonej postaci potencjału oddziaływania ładunków punktowych, który zawiera

także człon logarytmiczny [48]. Niejednoznaczność dotyczy także definicji układu niskowymiarowego. Może to być odpowiednik układu 3D, w którym zaniedbano jeden lub dwa wymiary przestrzenne, lub taki układ w którym ruch elektronów został ograniczony do dwóch lub jednego wymiaru, bądź został ograniczony we wszystkich trzech kierunkach (kropka kwantowa) przez odpowiednie bariery potencjału. W przypadku równania Diraca, modelowanie ograniczenia przestrzennego za pomocą potencjału elektrostatycznego prowadzi do stanów niestacjonarnych, z powodu paradoksu Kleina [49, 50]. W wielu przypadkach, wystarczające jest oszacowanie wiodącej poprawki relatywistycznej ( $\sim c^{-2}$ ) w oparciu o standardową formułę *trójwymiarową*, zawierającą relatywistyczną poprawkę do masy, poprawkę SO oraz tzw. człon Darwina [51]. Bezpośrednie stosowanie tej formuły dla układów niskowymiarowych napotyka jednak na pewne trudności. Przykładem jest potencjał kulombowski  $V_C = -1/\rho$ , w dwóch wymiarach, dla którego otrzymujemy osobliwy w zerze człon ( $\sim \rho^{-3}$ ) odpowiadający sprzężeniu SO, który pozostaje osobliwy również dla stanów  $p$  [52]. W ramach podejścia perturbacyjnego do równania Diraca, zwanego bezpośrednim rachunkiem zaburzeń (DPT) [53–57] uzyskano reprezentację poprawki relatywistycznej pierwszego rzędu nie zawierającą osobliwości [H4]. W pracy [H4], znaleziono także ściśle rozwiązania równania Schrödingera dla dwuwymiarowego atomu wodoru w polu magnetycznym, dla szczególnych wartości indukcji magnetycznej. Po wyciągnięciu odpowiednich czynników asymptotycznych gwarantujących całkowalność z kwadratem pełnych rozwiązań, rozwiązania przybliżone opisywane są czynnikiem potęgowym, zawierającym potęgę rzeczywistą zmiennej radialnej. Rozwiązania ściśle odpowiadają redukcji wykładnika rzeczywistego do wykładnika naturalnego.

Ruch w polu centralnym jest jednym z podstawowych problemów zarówno w mechanice klasycznej jak i w kwantowej. W szczególności, znajomość rozwiązań analitycznych równań Schrödingera i Diraca dla atom wodoru, przy założeniu statycznego i punktowego jądra atomowego, ma fundamentalne znaczenie dla rozwijania metod przybliżonych, stosowanych w fizyce atomowej, chemii kwantowej, fizyce subatomowej i fizyce ciała stałego, pozwalających badać układy o większej złożoności.

W pracy [58] przedstawiono rozwiązanie równania Diraca dla potencjału kulombowskiego  $V_C = -1/\rho$ , w postaci spinorów dwuskładnikowych, będących stanami własnymi rzutu całkowitego momentu pędu  $\mu = m + m_s$ . Aczkolwiek poziomy energetyczne uzyskane w ramach formalizmu bazującego na dwuwymiarowej reprezentacji macierzy gamma są zgodne z poziomami jakie otrzymuje się w ramach podejścia czteroskładnikowego, formalizm dwuskładnikowy nie pozwala na wprowadzenie, w sposób jasny, spektroskopowej klasyfikacji stanów. Numerując stany tylko za pomocą głównej liczby kwantowej  $n$  i liczby kwantowej rzutu całkowitego momentu pędu  $\mu$ , otrzymuje się dublety, których składowe w granicy nierelatywistycznej odpowiadają zdegenerowanym stanom o przeciwnej parzystości i przeciwnych spinach, np.  $2s^{(\uparrow)}$  i  $2p_1^{(1)}$  (notacja:  $nl_m$ ,  $l = |m|$ ; strzałki oznaczają  $m_s = \pm 1/2$ , odpowiednio). Przykładowo, formalizm relatywistyczny dwuskładnikowy nie daje możliwości wygenerowania dwóch różnych, zdegenerowanych stanów

relatywistycznych, różniących się parzystością, takich jak  $2s_{1/2}$  i  $2p_{1/2}$  (notacja:  $nl_\mu$ ) dając, dla danych  $n, \mu$ , tylko jeden stan  $\psi_{n\mu}$ .

W pracy [59] przedstawione zostało rozwiązanie równania Diraca dla potencjału kulombowskiego  $V_C$  wykorzystujące standardową, czterowymiarową reprezentację (Diraca-Pauliego) macierzy gamma. Uzyskane rozwiązania rozpinają dwie rozłączne podprzestrzenie stanów, które w granicy nierelatywistycznej odpowiadają podprzestrzeniom stanów o określonym rzucie spinu. Amplitudy radialne spełniają dwa niezależne układy równań radialnych. W pracy [H5] wykazano, że istnienie dwóch rozłącznych podprzestrzeni *spinowych* związane jest z istnieniem dodatkowego operatora hermitowskiego, komutującego z Hamiltonianem, którego nieprzywiedlne reprezentacje odpowiadają dwóm rozłącznym podprzestrzeniom stanów relatywistycznych. Ponadto w pracy [H5], dzięki wprowadzeniu operatora hermitowskiego

$$K = \beta(\sigma'_z l_z + \frac{1}{2}),$$

komutującego z Hamiltonianem i operatorem rzutu całkowitego momentu pędu  $j_z$ , wprowadzono spinory *cylicydryczne*  $\Omega_{\mu\kappa}(\varphi)$ , numerowane liczbą kwantową  $\mu$  i liczbą kwantową  $\kappa$ , będącą wartością własną operatora  $K$ . Zdefiniowanie tych spinorów umożliwia separację równania Diraca i ostatecznie jego redukcję do jednego układu równań radialnych. Dysponując układem zupełnym wzajemnie komutujących operatorów  $(H, K, j_z)$  opis relatywistycznego problemu pola centralnego w dwóch wymiarach pozostaje w ścisłej analogii do opisu problemu pola centralnego w trzech wymiarach. W szczególności dla potencjału kulombowskiego  $V_C$  uzyskuje się rozwiązania analityczne  $\psi_{n\kappa\mu}(\rho, \varphi)$ , numerowane zbiorem trzech liczb kwantowych, co pozwala między innymi na wprowadzenie spektroskopowej klasyfikacji stanów, w pełnej analogii do przypadku relatywistycznego atomu wodoru w trzech wymiarach. W tym miejscu należy dodać, że znajomość zupełnego zbioru liczb kwantowych jest ważna z punktu widzenia wykorzystania rozwiązań w obliczeniach analitycznych, w tym także w obliczeniach perturbacyjnych. Poprawki perturbacyjne wyższych rzędów zawierają sumowanie po stanach własnych układu niezaburzonego, które daje się łatwiej wykonać jeśli stany te są dobrze zdefiniowane. Zwarte, analityczne wyrażenia na poprawki perturbacyjne wyższych rzędów, podatność magnetyczną i dipolową polaryzowalność elektryczną dwuwymiarowego, relatywistycznego atomu Diraca zostały ostatnio uzyskane przez R. Szmytkowskiego metodą rozwinięcia sturmowskiego uogólnionej funkcji Greena-Diraca-Coulomba [60, 61]. W podejściu tym wykorzystano rozwiązania równania Diraca dla dwuwymiarowego atomu wodoru w postaci przedstawionej w pracy [H5]. Praca [H5] zawiera także dyskusję relatywistycznego efektu Paschena-Backa, czyli liniowej poprawki do energii dla relatywistycznego atomu wodoropodobnego w polu magnetycznym.

Wpływ zewnętrznego pola magnetycznego na właściwości relatywistycznych, dwuwymiarowych atomów wodoru, modelowanych równaniami Kleina-Gordona i Diraca, zbadany został w pracy [H6]. Podejście nieperturbacyjne do pola magnetycznego umożliwia uwzględnienie pól magnetycznych o dowolnie dużym natężeniu. Znajomość rozwiązań tych równań pozwala określić rolę skalarnych efektów

relatywistycznych oraz wkład pochodzący od spinu. Ponieważ jednorodne pole magnetyczne prostopadłe do płaszczyzny atomu nie zmienia jego symetrii, stany własne Hamiltonianu opisane są za pomocą tego samego zbioru liczb kwantowych jak w przypadku atomu bez pola zewnętrznego. Zarówno radialne równanie Kleina-Gordona jak i równanie Diraca zostały rozwiązane metodą szeregów potęgowych. Funkcje falowe znaleziono przez nałożenie na rozwiązania ogólne tych równań odpowiednich warunków brzegowych, wynikających z rozwiązań równań asymptotycznych i gwarantujących całkowalność z kwadratem pełnych rozwiązań. Dla szczególnych wartości indukcji magnetycznej uzyskano rozwiązania w zwartej postaci analitycznej, odpowiadające ścisłej redukcji nieskończonych rozwinięć radialnych do wielomianów w zmiennej  $\rho$ . Konstrukcja rozwiązań ścisłych wykorzystuje zachowanie asymptotyczne, gwarantujące całkowalność z kwadratem rozwiązań. Rozwiązania ścisłe pojawiają się jako przypadek naturalnego wykładnika odpowiedniego wyrażenia potęgowego, zaś przybliżone odpowiadają wykładnikowi rzeczywistemu. Uzyskane w pracy [H6] wyniki zostały potwierdzone także przez innych autorów [60].

Efekty relatywistyczne w ekranowanych potencjałach kulombowskich są przedmiotem pracy [H7]. Jako potencjału modelującego ekranowanie elektrostatyczne w atomie dwuwymiarowym użyto potencjału Debye-Yukawy,  $V_\lambda = -Ze^{-\lambda\rho}/\rho$ . Równanie Diraca z potencjałem  $V_\lambda$  zostało rozwiązane perturbacyjnie, stosując dwa niezależne podejścia. W pierwszym, jako zaburzenie potraktowano efekty związane z ekranowaniem, opisane potencjałem zaburzającym  $V'_\lambda = Z(1 - e^{-\lambda\rho})/\rho$ . Używając ścisłych rozwiązań równania Diraca dla potencjału kulombowskiego obliczono poprawkę pierwszego rzędu względem potencjału zaburzającego  $V'_\lambda$ . Drugie podejście wykorzystuje formalizm zaburzeniowy, określane jako bezpośredni rachunek zaburzeń (DPT). W tej metodzie jako zerowego przybliżenia używa się rozwiązań nierelatywistycznych, a dokładnie rozwiązań równania Lévy-Leblonda, stanowiącego czteroskładnikowy odpowiednik równania Schrödingera [62]. W drugim podejściu efekty ekranowania zostały uwzględnione ściśle na poziomie nierelatywistycznym. Algebraizację równania Schrödingera z potencjałem  $V_\lambda$  uzyskano metodą rozwinięcia amplitud radialnych w bazie *dwuwymiarowych* funkcji Sturm-Coulomba. Odpowiednie elementy macierzowe Hamiltonianu zostały obliczone analitycznie [63]. Stosując odpowiednią formułę wynikającą z DPT obliczono poprawki relatywistyczne pierwszego rzędu  $\sim (Z/c)^2$  do najniższych stanów widma nierelatywistycznego, uwzględniającego efekty ekranowania. Obie metody dają zgodne wyniki. W pracy [H7] porównano także wpływ efektów ekranowania na właściwości widm atomów dwuwymiarowych i trójwymiarowych. Aczkolwiek głównym celem prac [H5]-[H7] było sformułowanie spójnego teoretycznie modelu relatywistycznego atomu dwuwymiarowego, uzyskane wyniki mają bezpośrednie odniesienie do jednoelektronowych układów (ekscytonów), opisywanych w przybliżeniu masy efektywnej, jako wodoropodobne stany związane w kryształach, będące wynikiem oddziaływań kulombowskich. Dodam, że praca [H7] została wyróżniona przez redakcję czasopisma *Physica Scripta* jako *Highlights 2014*.

- **Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych**

Publikacje nie ujęte w cyklu publikacji, powstałe po uzyskaniu stopnia doktora:

- P1. A. Rutkowski, **A. Poszwa**, *Analytical solution for relativistic hydrogenic atom in static and uniform magnetic field*, Physica Scripta **71** (5) (2005) 484–488.
- P2. **A. Poszwa**, A. Rutkowski, *Static dipole magnetic susceptibilities of relativistic hydrogenlike atoms: A semianalytical approach*, Physical Review A **75** (3) (2007) 033402.
- P3. **A. Poszwa**, *Relativistic electron confined by isotropic parabolic potential*, Phys. Rev. A **82** (5) (2010) 052110.
- P4. **A. Poszwa**, *Relativistic effects in the screened Coulomb potentials*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical **45** (18) (2012) 185302.
- P5. **A. Poszwa**, *Relativistic generalizations of the quantum harmonic oscillator*, Acta Physica Polonica A **126** (6) (2014) 1226–1234.

W pracach P1, P2 stanowiących kontynuację tematyki rozwiniętej w mojej pracy doktorskiej, uzyskano bardzo dokładne nieperturbacyjne rozwiązania równania Diraca dla atomu wodoropodobnego (w trzech wymiarach) w polu magnetycznym, o dowolnym natężeniu. Wyniki uzyskane w pracy P2 zostały potwierdzone później przez innych autorów, stosujących podejście analityczne, w ramach rachunku zaburzeń [64]. Zgodność dla podatności magnetycznej jest na poziomie 12 miejsc znaczących. W pracy P3 zbadano widmo energii elektronu Diraca w potencjale parabolicznym stosując metodę szeregów potęgowych a także bezpośredni rachunek zaburzeń (DPT). Stabilizację stanów rezonansowych uzyskano wprowadzając dodatkowy *confinement* sferyczny. W ramach rachunku zaburzeń uzyskano wyrażenia analityczne na energie relatywistyczne pierwszego rzędu. Znajomość poziomów energii cząstki relatywistycznej w potencjale parabolicznym jest ważna z punktu widzenia zastosowań modelu w fizyce jądrowej [65]. Efekty relatywistyczne w ekranowanych potencjałach kulombowskich są tematem pracy P4. Diagonalizację Hamiltonianu Schrödingera uzyskano w bazie funkcji Sturm-Coulomba, uwzględniając ściśle efekty związane z ekranowaniem elektrostatycznym na poziomie nierelatywistycznym. Obliczono poprawki relatywistyczne pierwszego rzędu do energii nierelatywistycznych, stosując bezpośredni rachunek zaburzeń DPT. W pracy P5 przedstawiono porównanie różnych modeli relatywistycznego oscylatora harmonicznego, modelowanego za pomocą równania Kleina-Gordona. Energie rezonansowe obliczono stosując metodę obrotu zespolonego. Uzyskano także wyrażenia analityczne na poprawki pierwszego- i drugiego rzędu w ramach metody zaburzeniowej. Porównania te są ważne z punktu widzenia zastosowań różnych modeli oscylatora relatywistycznego w fizyce jądrowej i teorii oddziaływań silnych [66].

#### Podsumowanie najważniejszych wyników:

- Porównanie wyników uzyskanych w ramach modeli 3D i 2D z wynikami doświadczeń dotyczącymi położenia punktu przejścia S-T, indukowanego zewnętrznym polem magnetycznym w dwuelektronowej, półprzewodnikowej kropce kwantowej

(GaAs); wyjaśnienie niezgodności pomiędzy przewidywaniami teoretycznymi a wynikami eksperymentu [H1].

- Zbadanie wpływu RSOI na właściwości stanów spinowych jedno- i dwuelektronowych w układach o niskiej wymiarowości (nanodrut, kropka kwantowa); analiza związków pomiędzy entropią informacyjną stanów spinowych a eksperymentalnymi charakterystykami spinu [H2], [H3].
- Konstrukcja spójnego teoretycznie modelu dwuwymiarowego, jednoelektronowego atomu Diraca, opartego na pełnym zbiorze wzajemnie komutujących obserwabli [H5], [H6], [H7]; model ten został ostatnio zaadaptowany przez innych autorów do badań całkowicie analitycznych nad właściwościami relatywistycznych atomów dwuwymiarowych w polu magnetycznym [60, 61].
- Uzyskanie bardzo dokładnych, nieperturbacyjnych rozwiązań dla dwuwymiarowych atomów jednoelektronowych w polu magnetycznym o dowolnym natężeniu: Schrödingera [H4], Kleina-Gordona i Diraca [H6]; konstrukcja zwartych, analitycznych rozwiązań dla dyskretnego zbioru wartości indukcji magnetycznej.
- Otrzymane, z dokładnością 12 cyfr znaczących, wartości relatywistycznych podatności magnetycznych dla trójwymiarowych wodoropodobnych atomów Diraca, jako jedyne dostępne w literaturze stanowiły podstawę do porównania wyników otrzymanych na podstawie złożonych obliczeń analitycznych z wynikami zaprezentowanymi w pracy P2 [64]. Dokładność tych wyników została całkowicie potwierdzona.

V. Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej:

W ramach współpracy międzynarodowej z M.K. Bahar z *Department of Energy Systems Engineering, Faculty of Engineering, Karamanoglu Mehmetbey University* (Karaman, Turcja) oraz A. Soylu z *Department of Physics, Faculty of Arts and Sciences, Nigde University* (Nigde, Turcja) powstały trzy publikacje o tematyce związanej z właściwościami jednocząstkowych stanów związanych (elektronowych i mionowych) w plazmie klasycznej i kwantowej modelowanej uogólnionym potencjałem ekranującym,

- N1. A. Poszwa, M. Bahar, *Relativistic corrections for screening effects on the energies of hydrogen-like atoms embedded in plasmas*, *Physics of Plasmas* **22** (1) (2015) 012104.
- N2. A. Poszwa, M. Bahar, A. Soylu, *The nuclear size and mass effects on muonic hydrogen-like atoms embedded in Debye plasma*, *Physics of Plasmas* **23** (2016) 103515.
- N3. M. Bahar, A. Soylu, A. Poszwa, *The Hulthén potential model for hydrogen atoms in Debye plasma*, *IEEE Transactions on Plasma Science* **44** (10) (2016) 2297–2306.

Moje aktualne badania koncentrują się na zagadnieniach transportu kwantowego w nanostrukturach półprzewodnikowych, modelowanych za pomocą atomistycznych Hamiltonianów ciasnego wiązania. Pracuję między innymi nad opracowaniem efektywnych

algorytmów numerycznych, obliczania funkcji Greena dla realistycznych układów mezoskopowych (złożonych z dużej liczby atomów) i numerycznym modelowaniu zjawiska transportu kwantowego z wykorzystaniem formalizmu nierównowagowych funkcji Greena (NEGF). Obliczenia numeryczne realizowane są z wykorzystaniem specjalistycznego oprogramowania i zasobów komputerowych Instytutu Fizyki UMK. Badania te są prowadzone we współpracy z zespołem kierowanym przez dr hab. Michała Zielińskiego, prof. UMK. W przygotowaniu jest praca, *Atomistic simulation of quantum transport in graphene nanoribbon with disorder*.

#### VI. Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę lub sztukę:

- wykłady z fizyki ogólnej, fizyki teoretycznej, mechaniki kwantowej, fizyki współczesnej, metod numerycznych, zaawansowanych metod numerycznych, wykład specjalistyczny dla informatyków oraz ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, ćwiczenia audytoryjne z fizyki ogólnej, fizyki teoretycznej, mechaniki kwantowej, pracownia komputerowa z metod numerycznych a także ćwiczenia z algebry i geometrii, statystyki i analizy matematycznej; e-learning z wykorzystaniem platformy MS Teams.
- czynny udział w organizowaniu i przeprowadzaniu Warmińsko-Mazurskich Zawodów Matematycznych, organizowanych corocznie przez Wydział Matematyki i Informatyki UWM w Olsztynie, prowadzenie spotkań z młodzieżą szkolną w ramach Dni Otwartych Uniwersytetu oraz Olsztyńskich Dni Nauki.

#### VII. Inne informacje

1. Praca, A. Poszwa, *Electric field induced effects for the two-electron quantum dot in the presence of magnetic field* została zaakceptowana przez Acta Physica Polonica A. Praca ukaże się w numerze wrześniowym (2020). W pracy zbadano wpływ indukowanego polem elektrycznym sprzężenia RSOI na właściwości magnetyczne (magnetyzację i podatność magnetyczną) dwuelektronowej, półprzewodnikowej kropki kwantowej (InSb) w polu magnetycznym, modelowanej w przybliżeniu masy efektywnej potencjałem parabolicznym w dwóch wymiarach.
2. Praca, A. Poszwa, *Two-dimensional hydrogen-like atom in magnetic field in the presence of Rashba spin-orbit coupling* została zaakceptowana w Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. W pracy zbadano wpływ RSOI na właściwości magnetyczne atomu dwuwymiarowego w polu magnetycznym. Diagonalizację równania Schrödingera zawierającego potencjał RSOI uzyskano w bazie *dwuwymiarowych* funkcji Sturm-Coulomba. Uzyskano dokładne energie nieperturbacyjne w szerokim zakresie zmienności stałej sprzężenia SO i pola magnetycznego. Znane w literaturze wyniki perturbacyjne rzędu pierwszego, dla atomu bez pola zewnętrznego, zostały całkowicie potwierdzone. Zbadano także wpływ RSOI na właściwości stanów spinowych, używając formalizmu zredukowanej macierzy gęstości.



3. Praca, J. Karwowski, A. Ishkhanyan and A. Poszwa, *Eigenvalue problem of one-dimensional Dirac operator*, została wysłana do druku w specjalnym numerze czasopisma Theoretical Chemistry Accounts poświęconym 80-tej rocznicy urodzin profesora Ramona Carbo-Dorca. W pracy zbadano między innymi warunki separowalności równania Diraca zawierającego dowolną superpozycję potencjałów skalarnego i wektorowego.
4. W opublikowanych pracach zastosowałem opracowane przez siebie algorytmy oparte o następujące metody:
  - metoda szeregów potęgowych z wykorzystaniem arytmetyki wysokiej precyzji (H1, nieseparowalne równanie Schrödingera), (H4, równanie Schrödingera), (H5, P3, równanie Diraca), (H6, równanie Kleina-Gordona i równanie Diraca), (P1,P2, nieseparowalne równanie Diraca)
  - diagonalizacja w bazie funkcyjnej (Sturmiany kulombowskie i inne) w połączeniu z algorytmem Lanczosa sprowadzania macierzy symetrycznej do postaci trójdiagonalnej (H3,H7,P4,N2)
  - diagonalizacja w bazie funkcyjnej w połączeniu z metodą obrotu zespolonego (dla stanów rezonansowych) (P5)
  - metoda różnic skończonych dla równania Schrödingera (formuła trójpunktowa dla operatora 2-giej pochodnej) w połączeniu z metodą ekstrapolacji Richardsona (N1)

## Literatura

- [1] S. A. Wolf, D. D. Awschalom, R. A. Buhrman, J. M. Daughton, S. von Molnár, M. L. Roukes, A. Y. Chtchelkanova, D. M. Treger, *Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future*, Science **294** (5546) (2001) 1488–1495. doi:10.1126/science.1065389.
- [2] I. Žutić, J. Fabian, S. Das Sarma, *Spintronics: Fundamentals and applications*, Rev. Mod. Phys. **76** (2004) 323–410. doi:10.1103/RevModPhys.76.323.
- [3] S. Datta, B. Das, *Electronic analog of the electro-optic modulator*, Applied Physics Letters **56** (7) (1990) 665–667. doi:10.1063/1.102730.
- [4] J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi, T. Enoki, *Gate Control of Spin-Orbit Interaction in an Inverted  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  Heterostructure*, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 1335–1338. doi:10.1103/PhysRevLett.78.1335.
- [5] T. Koga, J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi, *Rashba Spin-Orbit Coupling Probed by the Weak Antilocalization Analysis in  $\text{InAlAs}/\text{InGaAs}/\text{InAlAs}$  Quantum Wells as a Function of Quantum Well Asymmetry*, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 046801. doi:10.1103/PhysRevLett.89.046801.
- [6] W. Jaskólski, *Confined many-electron systems*, Physics Reports **271** (1) (1996) 1 – 66. doi:10.1016/0370-1573(95)00070-4.

- [7] T. Sako, G. H. F. Diercksen, *Confined quantum systems: spectral properties of two-electron quantum dots*, Journal of Physics: Condensed Matter **15** (32) (2003) 5487–5509. doi:10.1088/0953-8984/15/32/310.
- [8] U. Merkt, J. Huser, M. Wagner, *Energy spectra of two electrons in a harmonic quantum dot*, Phys. Rev. B **43** (1991) 7320–7323. doi:10.1103/PhysRevB.43.7320.
- [9] P. A. Maksym, T. Chakraborty, *Quantum dots in a magnetic field: Role of electron-electron interactions*, Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 108–111. doi:10.1103/PhysRevLett.65.108.
- [10] M. Taut, *Two electrons in an external oscillator potential: Particular analytic solutions of a Coulomb correlation problem*, Phys. Rev. A **48** (1993) 3561–3566. doi:10.1103/PhysRevA.48.3561.
- [11] M. Taut, *Two electrons in a homogeneous magnetic field: particular analytical solutions*, Journal of Physics A: Mathematical and General **27** (13) (1994) 4723–4724. doi:10.1088/0305-4470/27/13/047.
- [12] J. Karwowski, *A separable model of  $N$  interacting Particles*, International Journal of Quantum Chemistry **108** (12) (2008) 2253–2260. doi:10.1002/qua.21751.
- [13] M. Dineykhani, R. G. Nazmitdinov, *Two-electron quantum dot in a magnetic field: Analytical results*, Phys. Rev. B **55** (1997) 13707–13714. doi:10.1103/PhysRevB.55.13707.
- [14] A. W. L. Jacak, P. Hawrylak, *Quantum Dots*, Springer, Berlin (1998). doi:10.1007/978-3-642-72002-4.
- [15] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing, S. Tarucha, *Few-electron quantum dots*, Reports on Progress in Physics **64** (6) (2001) 701–736. doi:10.1088/0034-4885/64/6/201.
- [16] R. G. Nazmitdinov, N. S. Simonović, *Finite-thickness effects in ground-state transitions of two-electron quantum dots*, Phys. Rev. B **76** (2007) 193306. doi:10.1103/PhysRevB.76.193306.
- [17] W. Zhu, S. B. Trickey, *Analytical solutions for two electrons in an oscillator potential and a magnetic field*, Phys. Rev. A **72** (2005) 022501. doi:10.1103/PhysRevA.72.022501.
- [18] E. Tölö, A. Harju, *Effects of thickness in quantum dots in strong magnetic fields*, Phys. Rev. B **79** (2009) 075301. doi:10.1103/PhysRevB.79.075301.
- [19] M. Wagner, U. Merkt, A. V. Chaplik, *Spin-singlet–spin-triplet oscillations in quantum dots*, Phys. Rev. B **45** (1992) 1951–1954. doi:10.1103/PhysRevB.45.1951.
- [20] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing, S. Tarucha, *Few-electron quantum dots*, Reports on Progress in Physics **64** (6) (2001) 701–736. doi:10.1088/0034-4885/64/6/201.
- [21] Y. Nishi, Y. Tokura, J. Gupta, G. Austing, S. Tarucha, *Ground-state transitions beyond the singlet-triplet transition for a two-electron quantum dot*, Phys. Rev. B **75** (2007) 121301. doi:10.1103/PhysRevB.75.121301.

- [22] M. Rontani, F. Rossi, F. Manghi, E. Molinari, *Coulomb correlation effects in semiconductor quantum dots: The role of dimensionality*, Phys. Rev. B **59** (1999) 10165–10175. doi:10.1103/PhysRevB.59.10165.
- [23] N. A. Bruce, P. A. Maksym, *Quantum states of interacting electrons in a real quantum dot*, Phys. Rev. B **61** (2000) 4718–4726. doi:10.1103/PhysRevB.61.4718.
- [24] R. G. Nazmitdinov, N. S. Simonović, J. M. Rost, *Semiclassical analysis of a two-electron quantum dot in a magnetic field: Dimensional phenomena*, Phys. Rev. B **65** (2002) 155307. doi:10.1103/PhysRevB.65.155307.
- [25] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. W. West, *N-electron ground state energies of a quantum dot in magnetic field*, Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 613–616. doi:10.1103/PhysRevLett.71.613.
- [26] Y. P. Kravchenko, M. A. Liberman, B. Johansson, *Highly Accurate Solution for a Hydrogen Atom in a Uniform Magnetic Field*, Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 619–622. doi:10.1103/PhysRevLett.77.619.
- [27] Y. P. Kravchenko, M. A. Liberman, B. Johansson, *Exact solution for a hydrogen atom in a magnetic field of arbitrary strength*, Phys. Rev. A **54** (1996) 287–305. doi:10.1103/PhysRevA.54.287.
- [28] B. Szafran, F. M. Peeters, S. Bednarek, J. Adamowski, *Anisotropic quantum dots: Correspondence between quantum and classical Wigner molecules, parity symmetry, and broken-symmetry states*, Phys. Rev. B **69** (2004) 125344. doi:10.1103/PhysRevB.69.125344.
- [29] F. E. Meijer, A. F. Morpurgo, T. M. Klapwijk, J. Nitta, *Universal Spin-Induced Time Reversal Symmetry Breaking in Two-Dimensional Electron Gases with Rashba Spin-Orbit Interaction*, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 186805. doi:10.1103/PhysRevLett.94.186805.
- [30] F. E. Meijer, A. F. Morpurgo, T. M. Klapwijk, T. Koga, J. Nitta, *Competition between spin-orbit interaction and Zeeman coupling in Rashba two-dimensional electron gases*, Phys. Rev. B **70** (2004) 201307. doi:10.1103/PhysRevB.70.201307.
- [31] B. Szafran, M. P. Nowak, S. Bednarek, T. Chwiej, F. M. Peeters, *Selective suppression of Dresselhaus or Rashba spin-orbit coupling effects by the Zeeman interaction in quantum dots*, Phys. Rev. B **79** (2009) 235303. doi:10.1103/PhysRevB.79.235303.
- [32] E. I. Rashba, *Properties of semiconductors with an extremum loop: I. Cyclotron and combinational resonance in a magnetic field perpendicular to the plane of the loop*, Fiz. Tverd. Tela (Leningrad) **2** (1960) 1224.
- [33] Y. A. Bychkov, E. I. Rashba, *Properties of a 2D electron gas with lifted spectral degeneracy*, P. Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39** (1984) 66.

- [34] R. Winkler, *Spin-orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, New-York: Springer Tracts in Modern Physics. (2003).
- [35] G. Bihlmayer, O. Rader, R. Winkler, *Focus on the Rashba effect*, New Journal of Physics **17** (5) (2015) 050202.
- [36] A. Dyrdał, J. Barnaś, V. K. Dugaev, *Spin Hall and spin Nernst effects in a two-dimensional electron gas with Rashba spin-orbit interaction: Temperature dependence*, Phys. Rev. B **94** (2016) 035306. doi:10.1103/PhysRevB.94.035306.
- [37] G. Dresselhaus, *Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures*, Phys. Rev. **100** (1955) 580–586. doi:10.1103/PhysRev.100.580.
- [38] A. V. Khaetskii, D. Loss, L. Glazman, *Electron Spin Decoherence in Quantum Dots due to Interaction with Nuclei*, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 186802. doi:10.1103/PhysRevLett.88.186802.
- [39] I. A. Merkulov, A. L. Efros, M. Rosen, *Electron spin relaxation by nuclei in semiconductor quantum dots*, Phys. Rev. B **65** (2002) 205309. doi:10.1103/PhysRevB.65.205309.
- [40] I. Bengtsson, K. Życzkowski, *Geometry of Quantum States: An Introduction to Quantum Entanglement*, Cambridge University Press (2007) 301.
- [41] M. H. Zambianco, A. G. S. Landulfo, G. E. A. Matsas, *Observer dependence of entanglement in nonrelativistic quantum mechanics*, Phys. Rev. A **100** (2019) 062126. doi:10.1103/PhysRevA.100.062126.
- [42] A. Peres, P. F. Scudo, D. R. Terno, *Quantum Entropy and Special Relativity*, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 230402. doi:10.1103/PhysRevLett.88.230402.
- [43] W. Jacak, W. Donderowicz, J. Jacak, *Wstęp do informatyki i kryptografii kwantowej*, Politechnika Wroclawska.
- [44] T. Ericsson, A. Ruhe, *The Spectral Transformation Lanczos Method for the Numerical Solution of Large Sparse Generalized Symmetric Eigenvalue Problems*, Mathematics of Computation **35** (152) (1980) 1251–1268.
- [45] D. Vasilyev, F. O. Schumann, F. Giebels, H. Gollisch, J. Kirschner, R. Feder, *Spin-entanglement between two freely propagating electrons: Experiment and theory*, Phys. Rev. B **95** (2017) 115134. doi:10.1103/PhysRevB.95.115134.
- [46] K. Wakabayashi, Y. Takane, M. Yamamoto, M. Sigrist, *Electronic transport properties of graphene nanoribbons*, New Journal of Physics **11** (9) (2009) 095016. doi:10.1088/1367-2630/11/9/095016.
- [47] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, A. K. Geim, *The electronic properties of graphene*, Rev. Mod. Phys. **81** (2009) 109–162. doi:10.1103/RevModPhys.81.109.

- [48] S. G. Kamath, *Classical solutions of Maxwell's equations in (2+1)-dimensional electrodynamics with the Chern-Simons term*, Phys. Rev. A **40** (1989) 6791–6799. doi:10.1103/PhysRevA.40.6791.
- [49] A. Poszwa, *Relativistic electron confined by isotropic parabolic potential*, Phys. Rev. A **82** (5) (2010) 052110. doi:10.1103/PhysRevA.82.052110.
- [50] A. Poszwa, *Relativistic generalizations of the quantum harmonic oscillator*, Acta Physica Polonica A **126** (6) (2014) 1226–1234. doi:10.12693/APhysPolA.126.1226.
- [51] A. S. Dawydow, *Quantum Mechanics*, Oxford: Pergamon (1976).
- [52] X. L. Yang, S. H. Guo, F. T. Chan, K. W. Wong, W. Y. Ching, *Analytic solution of a two-dimensional hydrogen atom. I. Nonrelativistic theory*, Phys. Rev. A **43** (1991) 1186–1196. doi:10.1103/PhysRevA.43.1186.
- [53] W. Kutzelnigg, *Perturbation theory of relativistic corrections*, Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters **11** (1989) 15 – 28. doi:10.1007/BF01436580.
- [54] W. Kutzelnigg, *Perturbation theory of relativistic corrections*, Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters **15** (1990) 27 – 50. doi:10.1007/BF01436910.
- [55] A. Rutkowski, *Relativistic perturbation theory. I. A new perturbation approach to the Dirac equation*, Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics **19** (2) (1986) 149–158. doi:10.1088/0022-3700/19/2/005.
- [56] A. Rutkowski, *Relativistic perturbation theory: II. One-electron variational perturbation calculations*, Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics **19** (21) (1986) 3431–3441. doi:10.1088/0022-3700/19/21/011.
- [57] A. Rutkowski, *Relativistic perturbation theory. III. A new perturbation approach to the two-electron Dirac-Coulomb equation*, Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics **19** (21) (1986) 3443–3455. doi:10.1088/0022-3700/19/21/012.
- [58] S.-H. Dong, Z.-Q. Ma, *Exact solutions to the Dirac equation with a Coulomb potential in 2+1 dimensions*, Physics Letters A **312** (1) (2003) 78 – 83. doi:10.1016/S0375-9601(03)00606-6.
- [59] S. H. Guo, X. L. Yang, F. T. Chan, K. W. Wong, W. Y. Ching, *Analytic solution of a two-dimensional hydrogen atom. II. Relativistic theory*, Phys. Rev. A **43** (1991) 1197–1205. doi:10.1103/PhysRevA.43.1197.
- [60] R. Szmytkowski, *Relativistic two-dimensional hydrogen-like atom in a weak magnetic field*, Annals of Physics **401** (2019) 174 – 192. doi:10.1016/j.aop.2018.12.007.
- [61] R. Szmytkowski, *Second-order Stark effect and polarizability of a relativistic two-dimensional hydrogenlike atom in the ground state*, Phys. Rev. A **98** (2018) 042507. doi:10.1103/PhysRevA.98.042507.

- [62] J. M. Lévy-Leblond, *Nonrelativistic particles and wave equations*, Comm. Math. Phys. **6** (4) (1967) 286–311.
- [63] A. Poszwa, *Relativistic effects in the screened Coulomb potentials*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical **45** (18) (2012) 185302. doi:10.1088/1751-8113/45/18/185302.
- [64] P. Stefańska, *Magnetizability of the relativistic hydrogenlike atom in an arbitrary discrete energy eigenstate: Application of the Sturmian expansion of the generalized Dirac-Coulomb Green function*, Phys. Rev. A **92** (2015) 032504. doi:10.1103/PhysRevA.92.032504.
- [65] R. Lisboa, M. Malheiro, A. S. de Castro, P. Alberto, M. Fiolhais, *Pseudospin symmetry and the relativistic harmonic oscillator*, Phys. Rev. C **69** (2004) 024319. doi:10.1103/PhysRevC.69.024319.
- [66] J. N. Ginocchio, *Pseudospin as a Relativistic Symmetry*, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 436–439. doi:10.1103/PhysRevLett.78.436.

**Wykaz osiągnięć naukowych albo artystycznych,  
stanowiących znaczny wkład w rozwój określonej  
dyscypliny**

I INFORMACJA O OSIĄGNIĘCIACH NAUKOWYCH ALBO ARTY-  
STYCZNYCH, O KTÓRYCH MOWA W ART. 219 UST. 1. PKT 2  
USTAWY

1. **Cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych** (po uzy-  
skaniu stopnia doktora):

- [H1] **A. Poszwa**, *Two-electron spherical quantum dot in a magnetic field*, *Few-Body Systems* **57** (12), 1127–1138 (2016).
- [H2] **A. Poszwa**, *Decoherence of spin states induced by Rashba spin-orbit coupling*, *Physica Scripta* **93** (2), 025102 (2018).
- [H3] **A. Poszwa**, *Decoherence of spin states induced by Rashba coupling for an electron confined to a semiconductor quantum dot in the presence of a magnetic field*, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **99**, 145–151 (2018).
- [H4] **A. Rutkowski, A. Poszwa**, *Relativistic corrections for a two-dimensional hydrogen-like atom in the presence of a constant magnetic field*, *Physica Scripta* **79** (6) (2009) 065010.
- [H5] **A. Poszwa, A. Rutkowski**, *Relativistic Paschen-Back effect for the two-dimensional H-like atoms*, *Acta Physica Polonica A* **117** (3) 439–444 (2010).
- [H6] **A. Poszwa**, *Relativistic two-dimensional H-like model atoms in an external magnetic field*, *Physica Scripta* **84** (5), 055002 (2011).
- [H7] **A. Poszwa**, *Dirac electron in the two-dimensional Debye-Yukawa potential*, *Physica Scripta* **89** (6), 065401 (2014).

## II INFORMACJA O AKTYWNOŚCI NAUKOWEJ ALBO ARTYSTYCZNEJ

### 1. Wykaz opublikowanych artykułów w czasopismach naukowych (lista JCR):

- 1 **A. Poszwa**, *Decoherence of spin states induced by Rashba coupling for an electron confined to a semiconductor quantum dot in the presence of a magnetic field*, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **99** (2018) 145–151. doi:10.1016/j.physe.2018.01.011.
- 2 **A. Poszwa**, *Decoherence of spin states induced by Rashba spin-orbit coupling*, *Physica Scripta* **93** (2) (2018) 025102. doi:10.1088/1402-4896/aa9ae0.
- 3 **A. Poszwa**, *Two-electron spherical quantum dot in a magnetic field*, *Few-Body Systems* **57** (12) (2016) 1127–1138. doi:10.1007/s00601-016-1138-5.
- 4 **A. Poszwa**, M. Bahar, A. Soylu, *The nuclear size and mass effects on muonic hydrogen-like atoms embedded in Debye plasma*, *Physics of Plasmas* **23** (2016) 103515. doi:10.1063/1.4965909.
- 5 M. Bahar, A. Soylu, **A. Poszwa**, *The Hulthén potential model for hydrogen atoms in Debye plasma*, *IEEE Transactions on Plasma Science* **44** (10) (2016) s. 2297–2306. doi:10.1109/TPS.2016.2604421.
- 6 **A. Poszwa**, M. Bahar, *Relativistic corrections for screening effects on the energies of hydrogen-like atoms embedded in plasmas*, *Physics of Plasmas* **22** (1) (2015) 012104. doi:10.1063/1.4905905.
- 7 **A. Poszwa**, *Dirac electron in the two-dimensional Debye- Yukawa potential*, *Physica Scripta* **89** (6) (2014) 065401. doi:10.1088/0031-8949/89/6/065401.
- 8 **A. Poszwa**, *Relativistic generalizations of the quantum harmonic oscillator*, *Acta Physica Polonica A* **126** (6) (2014) 1226– 1234. doi:10.12693/APhysPolA.126.1226.



- 9 **A. Poszwa**, *Relativistic effects in the screened Coulomb potentials*, Journal of Physics A - Mathematical and Theoretical **45** (18) (2012) 185302. doi:10.1088/1751-8113/45/18/185302.
- 10 **A. Poszwa**, *Relativistic two-dimensional H-like model atoms in an external magnetic field*, Physica Scripta **84** (5) (2011) 055002. doi:10.1088/0031-8949/84/05/055002.
- 11 **A. Poszwa**, *Relativistic electron confined by isotropic parabolic potential*, Physical Review A **82** (5) (2010) 052110. doi:10.1103/PhysRevA.82.052110.
- 12 **A. Poszwa**, **A. Rutkowski**, *Relativistic Paschen-Back Effect for the Two-Dimensional H-Like Atoms*, Acta Physica Polonica A **117** (3) (2010) 439–444. doi:10.12693/APhysPolA.117.439.
- 13 **A. Rutkowski**, **A. Poszwa**, *Relativistic corrections for a two-dimensional hydrogen-like atom in the presence of a constant magnetic field*, Physica Scripta **79** (6) (2009) 065010. doi:10.1088/0031-8949/79/06/065010.
- 14 **A. Poszwa**, **A. Rutkowski**, *Static dipole magnetic susceptibilities of relativistic hydrogenlike atoms: A semianalytical approach*, Physical Review A **75** (3) (2007) 033402. doi:10.1103/PhysRevA.75.033402.
- 15 **A. Rutkowski**, **A. Poszwa**, *Analytical solution for relativistic hydrogenic atom in static and uniform magnetic field*, Physica Scripta **71** (5) (2005) 484–488. doi:10.1238/Physica.Regular.071a00484.
- 16 **A. Poszwa**, **A. Rutkowski**, *Hydrogen atom in a strong magnetic field. II. Relativistic corrections for low-lying excited states*, Physical Review A **69** (2) (2004) 023403. doi:10.1103/PhysRevA.69.023403.
- 17 **A. Rutkowski**, **A. Poszwa**, *Hydrogen atom in a strong magnetic field*, Physical Review A **67** (1) (2003) 013412. doi:10.1103/PhysRevA.67.013412.

- 18 **A. Poszwa**, A. Rutkowski, *Highly accurate calculations for hydrogenic atoms in a magnetic field of arbitrary strength*, Physical Review A **63** (4) (2001) 043418. doi:10.1103/PhysRevA.63.043418.
- 19 **A. Poszwa**, *Electric field induced effects for the two-electron quantum dot in the presence of magnetic field*, Acta Physica Polonica A (2020), przyjęta do druku.
- 20 **A. Poszwa**, *Two-dimensional hydrogen-like atom in magnetic field in the presence of Rashba spin-orbit coupling*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures (2020), przyjęta do druku.
- 21 J. Karwowski, A. Ishkhanyan and **A. Poszwa**, *Eigenvalue problem of one-dimensional Dirac operator*, wysłana do druku w specjalnym numerze czasopisma Theoretical Chemistry Accounts, poświęconym 80-tej rocznicy urodzin profesora Ramona Carbo-Dorca.

Publikacje: [1,2,3,7,10,12,13] zostały wymienione w pkt I.1. Prace [16,17,18] zostały opublikowane przed uzyskaniem stopnia doktora.

**2. Informacja o wystąpieniach na krajowych lub międzynarodowych konferencjach naukowych lub artystycznych, z wyszczególnieniem przedstawionych wykładów na zaproszenie i wykładów plenarnych.**

- 13-th International School on Theoretical Physics, Symmetry and Structural Properties of Condensed Matter (SSPCM) 10-15 September 2018, Rzeszów, Poland. A. Poszwa *Decoherence of spin states induced by Rashba spin-orbit coupling* (plakat)
- 12-th International School on Theoretical Physics, Symmetry and Structural Properties of Condensed Matter (SSPCM) 5-10 September 2016, Rzeszów, Poland. A. Poszwa *Helium-like quantum dot in a magnetic field* (plakat)
- VIII Workshop on Atomic and Molecular Physics, September, 14-18 2015, Jurata, Poland. A. Poszwa *Two-electron anisotropic quantum dots* (plakat)

- VII Workshop on Atomic and Molecular Physics, September, 10-14 2012, Jurata, Poland. A. Poszwa *Relativistic effects in the screened Coulomb potentials* (plakat)
  - Symmetry, Spectroscopy and Schur 12-14 June 2005, Toruń, Poland. A. Poszwa and A. Rutkowski *Hydrogenic atoms in a strong magnetic field* (plakat)
  - (przed uzyskaniem stopnia doktora) Sympozjum Blaski i Cienie Relatywistycznej Mechaniki Kwantowej, Olsztyn 2004. A. Poszwa *Relatywistyczny efekt Zeemana* (referat)
  - (przed uzyskaniem stopnia doktora) XXXVII Zjazd Fizyków Polskich, Gdańsk 2003. A. Poszwa, A. Rutkowski *Atom wodoru w silnym polu magnetycznym* (komunikat)
3. **Informacja o udziale w komitetach organizacyjnych i naukowych konferencji krajowych lub międzynarodowych, z podaniem pełnionej funkcji.**
- V Konferencja Matematyczno-Informatyczna *Congressio-Mathematica* 9-11 listopada 2019 Kazimierz Dolny, Poland. (członek komitetu organizacyjnego)
4. **Informacja o odbytych stażach w instytucjach naukowych lub artystycznych, w tym zagranicznych, z podaniem miejsca, terminu, czasu trwania stażu i jego charakteru.**
- staż naukowy, 3-miesięczny (19.03.2018-18.06.2018) w Instytucie Fizyki na Wydziale Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu.
  - (przed uzyskaniem stopnia doktora) staż naukowy, 3-miesięczny (01.09.1992-31.11.1992) w Instytucie Fizyki Jądrowej im. Henryka Niewodniczańskiego w Krakowie.
5. **Informacja o recenzowanych pracach naukowych lub artystycznych, w szczególności publikowanych w czasopismach międzynarodowych.**
- Recenzje artykułów naukowych dla czasopism (po uzyskaniu stopnia doktora): *Acta Physica Polonica A*, *Physica Scripta*, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, *Canadian Journal of Physics*, *Indian Journal of Physics*, *International Journal of Modern Physics B*.

### III INFORMACJE NAUKOMETRYCZNE

#### 1 Informacja o punktacji Impact Factor

- sumaryczny IF: 31.228

#### 2 Informacja o liczbie cytowań publikacji wnioskodawcy, z oddzielnym uwzględnieniem autocytowań

- liczba cytowań wg Web of Science: 110
- liczba cytowań bez autocytowań wg Web of Science: 68

#### 3 Informacja o posiadanym indeksie Hirscha

- Indeks Hirscha wg Web of Science: 7

#### 4 Informacja o liczbie punktów MNiSW

- wg punktacji MNiSW w latach 2001-2018: 384

*Andrzej Paszwa*

(podpis wnioskodawcy)