

Łódź, 19 kwietnia 2021 roku

dr hab. Andrzej Okolewski, prof. uczelni
Instytut Matematyki
Politechnika Łódzka

Recenzja rozprawy habilitacyjnej pt.

"Oszacowania dla uporządkowanych funkcjonalów statystycznych pochodzących z nieparametrycznych rodzin rozkładów"

oraz ocena pozostałego dorobku dr Agnieszki Goroncy

Rozprawa habilitacyjna. W skład rozprawy wchodzi osiem artykułów naukowych opublikowanych w latach 2014-2020 w dobrych czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports: Statistics (3 prace), Metrika (2 prace), Communications in Statistics Theory and Methods (2 prace) oraz Statistical Papers (1 praca). Cztery spośród tych artykułów są publikacjami samodzielnymi, współautorem trzech jest prof. Tomasz Rychlik, współautorem jednej - prof. Mariusz Bieniek.

Celem naukowym rozprawy było wyznaczenie optymalnych górnych i dolnych oszacowań dla wartości oczekiwanych statystyk pozycyjnych ([A4], [A6], [A7] - będę posługiwać się odnośnikami do literatury z autoreferatu dr A. Goroncy), przyrostów statystyk pozycyjnych ([A6], [A7]), wartości rekordowych ([A3]) oraz uogólnionych statystyk pozycyjnych ([A1], [A2], [A5], [A8]), gdy rozkład obserwacji jest dowolny lub pochodzi z pewnych, ważnych z punktu widzenia zastosowań, nieparametrycznych klas rozkładów. Koncepcja uogólnionych statystyk pozycyjnych, zaproponowana przez Kampsa [27, 28] jako abstrakcyjny model obejmujący statystyki pozycyjne z prób niezależnych o jednakowym rozkładzie, wartości rekordowe z niezależnych ciągów o jednakowym ciągłym rozkładzie, jak i bardziej złożone modele, umożliwiła unifikację badań wybranych własności szerokiej klasy uporządkowanych zmiennych losowych.

Najczęściej stosowaną metodą wyznaczania optymalnych oszacowań dla wartości oczekiwanych standaryzowanych (przez odjęcie średniej i podzielenie przez odchylenie standardowe rozkładu bazowego) zmiennych uporządkowanych jest metoda projekcji, wprowadzona przez Gajka i Rychlika [21, 22]. Punktem wyjścia w tej metodzie jest przedstawienie rozważanej wartości oczekiwanej jako całki z iloczynu standaryzowanej funkcji kwantylowej bazowego rozkładu i gęstości uporządkowanej zmiennej z rozkładu jednostajnego. Zasadniczym krokiem metody jest wyznaczenie rzutu gęstości (lub jej złożenia z pewną znaną dystrybuantą) na odpowiednio dobrany stożek wypukły w przestrzeni funkcji całkowalnych z kwadratem (z ewentualną wagą). Znajomość tego rzutu zwykle pozwala na określenie wartości ograniczenia i rozkładu, dla którego ograniczenie jest osiągnięte.

W przypadku, gdy rzut jest funkcją stałą, metoda rzutowania może prowadzić do oszacowań, które nie są osiągnięte w ramach rozważanej klasy rozkładów. Wtedy do

wyznaczenia optymalnych ograniczeń i charakteryzacji warunków ich osiągalności przydatna jest metoda maksymalizacji normy, której idea została nakreślona w pracy [B5] i która została rozwinięta w pracach [38], [C10] i [C11]. Polega ona na sprowadzeniu problemu poszukiwania ograniczeń dla rozważanych wartości oczekiwanych do problemu wyznaczenia supremum pewnego ciągłego funkcjonatu liniowego określonego na pewnym wypukłym i ograniczonym podzbiore przestrzeni funkcji całkowalnych w p -tej potędze, a następnie sprowadzeniu ostatniego problemu do znalezienia supremum normy funkcji z odpowiednio dobranego zbioru.

Prace [A4], [A6] i [A7] są poświęcone statystykom pozycyjnym. W pracy [A7] opracowano ogólne narzędzia umożliwiające wyznaczenie metodą rzutowania m.in. górnych oszacowań dla pojedynczych statystyk porządkowych i spacji (wyrażonych za pomocą średniej i odchylenia standardowego) dla rodziny rozkładów poprzedzających w porządku wypukłym pewien ustalony absolutnie ciągły rozkład W o gęstości w . Biorąc za W uogólniony rozkład Pareto W_α , $\alpha \in R$, otrzymujemy rodzinę rozkładów o rosnącej α -uogólnionej intensywności awarii, a w przypadkach szczególnych $\alpha=0$ i $\alpha=1$ dostajemy odpowiednio rodzinę rozkładów o rosnącej intensywności awarii i rodzinę rozkładów o rosnącej gęstości. Jedynymi znanymi wcześniej wynikami tego typu były rezultaty Rychlika [40] dla ekstremalnych statystyk porządkowych pochodzących z modeli z bazowym rozkładem z rosnącą gęstością i intensywnością awarii. W Lemma 1 i Proposition 1 pracy [A7] wyznaczono postać rzutów dla funkcji z pewnej rodziny funkcji całkowalnych w kwadracie z wagą w , do której należą w szczególności funkcje odpowiadające pojedynczym statystykom pozycyjnym i spacom, na stożek funkcji niemalejących, wklęsłych, całkowalnych w kwadracie z wagą w . Lemma 1 mówi o tym jaka jest możliwa ogólna parametryczna postać rzutu, a Proposition 1 podaje wzory na rzuty konkretnych funkcji. Uzyskane wyniki zastosowano do wyznaczenia metodą projekcji optymalnych górnych oszacowań dla statystyk pozycyjnych i spacji z obserwacji pochodzących z rozkładu z rosnącą gęstością. Wymagało to pomysłowości i precyzyjnej analizy zachowania kombinacji liniowych wielomianów Bernsteina przy użyciu własności zmniejszania zmienności.

W pracy [A6] wykorzystano ogólne narzędzia wypracowane w pracy [A7] - Lemma 1 oraz udoskonaloną wersję Proposition 1, i wyznaczono odpowiedniki oszacowań dla statystyk pozycyjnych i spacji dla rodziny rozkładów o rosnącej intensywności awarii. Uzyskanie rzutu odpowiadającego ostatniej spacji wiązało się z koniecznością dokonania odpowiedniej modyfikacji wyników z pracy [A7] o postaci rzutu.

Praca [A4] stanowi udoskonalenie pracy [41], w której metodą maksymalizacji normy uzyskano optymalne niedodatnie ograniczenia dla statystyk pozycyjnych niskiego rzędu w jednostkach odchylenia przeciętnego od średniej dla rodziny rozkładów z malejącą uśrednioną gęstością. Istotę udoskonalenia stanowi wyrażenie optymalnych ograniczeń z pracy [41]

w jawnej postaci.

Praca [A3] zawiera oszacowania wartości oczekiwanych klasycznych wartości rekordowych i k -tych wartości rekordowych o bazowym rozkładzie z rosnącą α -uogólnioną intensywnością awarii dla $\alpha > -1/2$. Optymalne ograniczenia wyznaczono metodą projekcji. W tym celu Habilitantka umiejętnie skorzystała z ogólnych wyników z pracy [A7] oraz ich modyfikacji z pracy [A6]. Ponadto Autorka wyliczyła precyzyjne oszacowania wartości

oczekiwanych statystyk rekordowych i k -tych rekordów w modelach o rosnącej gęstości i intensywności awarii.

Prace [A1], [A2], [A5] i [A8] dotyczą uogólnionych statystyk pozycyjnych. W pracy [A8] wyznaczono oszacowania dolne dla uogólnionych statystyk porządkowych z dowolnych rozkładów bazowych wyrażonych w jednostkach odchylenia przeciętnego p -tego rzędu od średniej rozkładu bazowego. W zależności od wartości p i parametrów rozważanych zmiennych uporządkowanych albo użyto kombinacji nierówności Morigutiego oraz Höldera i uzyskano niedodatnie oszacowania, albo zastosowano metodę maksymalizacji normy prowadzącą do ograniczeń równych zero dla $p > 1$ oraz ograniczeń dodatnich dla pierwszej uogólnionej statystyki porządkowej, gdy $\gamma_1 < 1$ i $p = 1$ (wyniki te stanowią uogólnienie znanych optymalnych dolnych oszacowań dla rekordów i L -statystyk). Ponadto, wykorzystując metodę maksymalizacji normy, w przypadku pierwszej uogólnionej statystyki porządkowej dla $\gamma_1 < 1$ i $p = 1$, poprawiono górne ograniczenia z pracy [16].

W pracy [A1] zaprezentowano optymalne dolne niedodatnie oszacowania dla wartości oczekiwanych uogólnionych statystyk porządkowych z rozkładu z rodziny rozkładów o rosnącej α -uogólnionej intensywności awarii ($\alpha > -1/2$) wyrażone w jednostkach odchylenia standardowego bazowej obserwacji. Do ich uzyskania użyto metody rzutowania (na odpowiednio dobrane stożki funkcji niemalejących wypukłych), przy czym wyznaczenie potrzebnych projekcji wymagało osłabienia założeń ogólnego rezultatu z pracy [19]. Wyniki zilustrowano przykładem zastosowania ograniczeń dla wartości oczekiwanej statystyk porządkowych progresywnie cenzurowanych typu II do szacowania średniej rozkładu bazowego za pomocą czasu awarii r -tego elementu rozważanego układu.

Prace [A2] i [A5] stanowią istotne uzupełnienie i rozszerzenie rezultatów Bieńka [6, 9]. Wyznaczono w nich optymalne oszacowania dla standaryzowanych uogólnionych statystyk porządkowych wyrażone w jednostkach odchylenia przeciętnego p -tego rzędu. W pracy [A5] uzyskano optymalne ograniczenia w modelach z malejącą gęstością i malejącą W -uogólnioną intensywnością awarii oraz podano warunki osiągalności tych ograniczeń. Ogólny wynik dotyczący drugiego z wymienionych modeli (Proposition 3) zastosowano do wyliczenia precyzyjnych postaci ograniczeń dla rodziny z malejącą uśrednioną gęstością, a także, w pracy [A2], dla rodziny z malejącą uśrednioną intensywnością awarii. W pracy [A2] rozważono ponadto model z malejącą intensywnością awarii, w elegancki sposób wykazano, że zerowe oszacowania Bieńka [6] można poprawić, a następnie wyznaczono optymalne nierówności i opisano warunki ich osiągalności.

Za najważniejsze składniki rozprawy habilitacyjnej uważam prace [A7] i [A5]. W pierwszej z nich zostały wyznaczone postaci rzutów funkcji z pewnej ważnej z punktu widzenia zastosowań klasy na pewne wypukłe stożki funkcji niemalejących, wklęsłych, całkowalnych w kwadracie z wagą w , gdzie w jest gęstością dowolnie wybranego rozkładu absolutnie ciągłego W o nośniku zawartym w półprostej nieujemnej. Było to kluczowe narzędzie do uzyskania metodą projekcji istotnej części wyników rozprawy – optymalnych oszacowań w modelu z rosnącą W -uogólnioną intensywnością awarii, będącym bardzo użytecznym i naturalnym uogólnieniem modeli z rosnącą gęstością i rosnącą intensywnością awarii. Oszacowania dla dwóch ostatnich klas były znane jedynie dla drugich najmniejszych i największych statystyk porządkowych.

Wysoko oceniam również rezultaty pracy [A5] stanowiące istotnie uzupełnienie znanych optymalnych górnych oszacowań dla uogólnionych statystyk. W przypadkach, w których metoda projekcji prowadzi do rzutów będących funkcjami stałymi, metodą maksymalizacji normy uzyskano oszacowania w ogólnym modelu z malejącą W -uogólnioną intensywnością awarii - uogólnieniem klas z malejącą uśrednioną gęstością i malejącą uśrednioną intensywnością awarii.

Uważam, że cykl prac wskazany przez dr Agnieszkę Goroncy stanowi wartościową rozprawę habilitacyjną. Prace są ściśle powiązane tematycznie, technicznie nieproste, prezentują wysoki poziom matematyczny. Dowodzą doskonałego opanowania przez Habilitantkę technik analizy uporządkowanych funkcjonałów statystycznych dla nieparametrycznych rodzin rozkładów. Stanowią istotny wkład w rozwój tej problematyki.

Pozostały dorobek naukowy, dydaktyczny i popularyzatorski dr Agnieszki Goroncy. Poza rozprawą habilitacyjną dr Agnieszka Goroncy jest również autorką lub współautorką 16 prac, z których 6 zostało opublikowanych przed uzyskaniem stopnia doktora. Tematyka tych prac, poza pracami [B5], [C2], [C3], [C4] i [C10], dotyczy zmiennych uporządkowanych. Prace [B1-B4], [C6-C7] i [C11] poświęcone są optymalnym oszacowaniom dla statystyk pozycyjnych, spacji, L -statystyk i wartości rekordowych, prace [C8] i [C9] - własnościom losowych kombinacji wypukłych oraz wartości oczekiwanych funkcji m -uogólnionych statystyk porządkowych (będących szczególnym przypadkiem modelu uogólnionych statystyk pozycyjnych), zaś prace [C1] i [C5] - wzorom na obliczanie momentów pojedynczych statystyk pozycyjnych z dowolnie zależnych lub w pewien sposób zależnych niekoniecznie jednakowo rozłożonych zmiennych losowych o wartościach całkowitych nieujemnych. Za wyróżniającą się z tej grupy prac uważam pracę [C1]. Za najciekawsze spośród pozostałych uznaję pracę [B5], uzupełniającą rozwiązanie problemu Samuelsona dla prób deterministycznych, w której pojawia się idea metody wyznaczania niedodatnich oszacowań górnych oraz pracę [C10], w której Habilitantka wyznaczyła optymalne oszacowania dla ciągłych funkcjonałów liniowych. Do tego dorobku należy dołączyć 3 prace współautorskie [C2], [C3] i [C4] z zakresu ekologii, psychologii i kognitywistyki, w których Habilitantka przeprowadziła statystyczną analizę danych empirycznych.

Występując z wnioskiem habilitacyjnym, dr Goroncy poinformowała o 35 cytowaniach swych prac (bez autocytowań) wykazanych w bazie Web of Science i 42 cytowaniach (bez autocytowań) w bazie Scopus. Choć nie są to wielkości imponujące, sumaryczny impact factor (18.635) i indeks Hirscha (6) świadczą o tym, że prace Habilitantki są dostrzegane w środowisku.

Dr Agnieszka Goroncy prezentowała swoje wyniki na 20 konferencjach międzynarodowych (w tym 5 wykładów na zaproszenie) oraz 14 krajowych. Była kierownikiem 1 krajowego, a ponadto uczestniczyła w realizacji 2 krajowych i 1 międzynarodowego projektu badawczego. Uzyskała stypendium badawcze *postdoc*, przyznane przez Deutscher Akademischer Austausch Dienst (DAAD), realizowane w okresie 01.09.2010-31.01.2011 w Institute of Statistics, RWTH Aachen, Niemcy. Jest mocno zaangażowana w pracę dydaktyczną na swoim uniwersytecie, o czym świadczy prowadzenie seminariów dyplomowych i inżynierskich, szkoleń dla studentów i pracowników oraz promotorstwo 17 prac licencjackich. Imponująco wygląda Jej działalność organizacyjna zarówno na uczelni, jak

i poza nią, a także działalność popularyzująca naukę. Uważam, że pozostały dorobek naukowy dr Agnieszki Goroncy jest znaczny i wartościowy.

Konkluzja. W mojej ocenie osiągnięcia naukowe dr Agnieszki Goroncy spełniają kryteria określone w art. 219 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*. Stanowią znaczący wkład w rozwój probabilistycznej i statystycznej teorii zmiennych losowych uporządkowanych. Popieram wniosek o nadanie dr Agnieszce Goroncy stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka.

Audrey Okolek