

4. Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 Ustawy.

Cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych opublikowanych w czasopiśmie naukowych pt. *Badania teoretyczne stabilności faz topologicznych w wybranych układach dwuwymiarowych.*

Na cykl składają się następujące publikacje (wymienione w porządku chronologicznym):

- H1 **P. Potasz**, M. Xie, A. H. MacDonald, *Exact diagonalization for magic-angle twisted bilayer graphene*, Phys. Rev. Lett. **127**, 147203 (2021), 10.1103/PhysRevLett.127.147203
- H2 N. Nouri, M. Bieniek, M. Brzezińska, M. Modarresi, S. Zia Borujeni, Gh. Rashedi, A. Wójs, **P. Potasz**, *Topological phases in Bi/Sb planar and buckled honeycomb monolayers*, Phys. Lett. A **382**, 2952–2958 (2018), 10.1016/j.physleta.2018.06.037
- H3 B. Jaworowski, A.D Güçlü, P. Kaczmarkiewicz, M. Kupczyński, **P. Potasz**, A. Wójs, *Wigner crystallization in topological flat bands*, New J. Phys. **20**, 063023 (2018), 10.1088/1367-2630/aac690
- H4 M. Brzezińska, M. Bieniek, T. Woźniak, **P. Potasz**, A. Wójs, *Entanglement entropy and entanglement spectrum of $Bi_{1-x}Sb_x$ (111) bilayers*, J. Phys.: Condens. Matter **30**, 125501 (2018), 10.1088/1361-648X/aaaf54
- H5 M. Bieniek, T. Woźniak, **P. Potasz**, *Stability of topological properties of bismuth (111) bilayer*, J. Phys. Condens. Matter **29**, 155501 (2017), 10.1088/1361-648X/aa5e79
- H6 B. Jaworowski, A. Manolescu, **P. Potasz**, *Fractional Chern insulator phase at the transition between checkerboard and Lieb lattices*, Phys. Rev. B **92**, 245119 (2015), 10.1103/PhysRevB.92.245119
- H7 **P. Potasz**, J. Fernandez-Rossier, *Orbital magnetization of quantum spin Hall insulator nanoparticles*, Nano Letters **15**, 5799-5803 (2015), 10.1021/acs.nanolett.5b01805

Ze względu na fakt, że tematyka efektów topologicznych jest bardzo obszerna pod względem zarówno przebadanych materiałów i ich własności od strony topologicznej, oraz stojącym za nią zaawansowanym aparatem matematycznym, nie ma możliwości, aby tutaj zawrzeć kompletny opis potrzebny do całkowitego zrozumienia efektów topologicznych, w związku z czym w tym wprowadzeniu skupię się tylko na najbardziej istotnych zagadnieniach, mających ścisły związek z prezentowanym tu osiągnięciem.

Wprowadzenie

Badania materiałów o nietrywialnych topologicznie własnościach wpisują się w jeden z głównych nurtów fizyki fazy skondensowanej [1, 2]. Jest to związane z kluczowym znaczeniem tematyki dla zrozumieniem fundamentalnych praw przyrody oraz ogromnym potencjałem aplikacyjnym [3-6]. Początki badań sięgają lat '80 i odkryciu całkowitego kwantowego efektu Halla [7]. Całkowity kwantowy efekt Halla zachodzi w układach dwuwymiarowych poddanych działaniu silnego zewnętrznego pola magnetycznego. Z kwantowo-mechanicznego opisu wynika, że w silnych polach magnetycznych elektrony obsadzają tzw. poziomy Landaua – wysoce zdegenerowane poziomy energetyczne. Eksperymentalnie okazało się, że zmierzona rezystancja Halla tworzy charakterystyczne wypłaszczenia w funkcji pola magnetycznego i przewodnictwo jako jej odwrotność jest bardzo dokładnie określone jako całkowita wielokrotność stałych fundamentalnych, pomimo obecnych w każdym materiale defektów i innych czynników zaburzających wyidealizowane przewidywania teorii.

Wyjaśnienie idealnej kwantyzacji przewodności jest możliwe na gruncie topologicznej interpretacji zjawiska [8]. Fazy topologiczne, czy w ogólności obiekty topologicznie nierównoważne, to takie, które nie mogą być przekształcone między sobą za pomocą ciągłych transformacji. Typowym przykładem z poza fizyki fazy skondensowanej, ale dobrze obrazującym tę kwestię, mogą być sfera i torus. Są to dwa topologicznie rozróżnialne obiekty, ze względu na liczbę otworów, ich braku w przypadku sfery i jednego w przypadku torusa. Przekształcenie sfery w torus poprzez ciągłą deformację nie jest możliwe gdyż w ostateczności zrobienie otworu wymaga jej rozerwania, czyli nieciągłej transformacji. Podążając tą ścieżką, obiekty (bardziej precyzyjnie, różnorodności) bez dziury będą topologicznie równoważne między sobą (możliwe do otrzymania za pomocą ciągłych przekształceń jak ściskanie czy rozciąganie), tak jak wszystkie obiekty z jedną dziurą są sobie równoważne i tak dalej. W związku z tym można wprowadzić niezmiennik topologiczny, który rozróżnia topologicznie nierównoważne obiekty. W tym konkretnym przykładzie byłaby to liczba dziur.

Fazy w całkowitym kwantowym efekcie Halla również są klasyfikowane niezmiennikiem topologicznym, tzw. liczbą Cherna, która jest dobrze określona dla pasm energetycznych oddzielonych przerwą energetyczną od pozostałej części widma energetycznego. Wartość liczby Cherna świadczy o warunkach nałożonych na możliwość cechowania funkcji falowej na danej różnorodności; w ogólnym przypadku struktur periodycznych różnorodnością jest przestrzeń odwrotna. W przypadku niezerowej liczby Cherna, nie ma możliwości wybrania jednego cechowania ciągłego na całej różnorodności, w ten sposób, że periodyczne warunki brzegowe są spełnione. Przewodnictwo w całkowitym kwantowym efekcie Halla jest proporcjonalne właśnie do liczby Cherna, a jako wielkość dyskretna, nie może być zmieniona poprzez niewielkie deformacje czy defekty w układzie. Stąd szczególna stabilność obserwowana w eksperymencie. Niezerowa wartość liczby Cherna w tym przypadku odróżnia izolatory topologicznie nietrywialne od trywialnych, jak np. typowego izolatora, kryształu SiO_2 , szeroko stosowanego w układach pomiarowych i przemyśle. Warto podkreślić wagę odkrycia kwantowego efektu Halla. Znane dotychczas fazy materii i przejścia między nimi podlegały

opisowi za pomocą teorii Landaua [9] - fazy materii są klasyfikowane za pomocą ich symetrii, a przejście do innej fazy wymaga złamania tej symetrii. Całkowity kwantowy efekt Halla wymagał nowego opisu, wykraczającego poza teorię Landaua, gdyż żadne złamanie symetrii w tym przypadku nie zachodziło. Nowa teoria klasyfikuje izolatory ze względu na ich topologiczne własności.

Kwestia źródła nietrywialnych topologicznie własności w całkowitym kwantowym efekcie Halla była rozważana przez Haldane'a. W tym zjawisku występują dwa charakterystyczne czynniki: istnienie poziomów Landaua oraz złamanie symetrii odwrócenia w czasie przez obecność pola magnetycznego. W 1988 roku Haldane zaproponował teoretyczny model całkowitego kwantowego efektu Halla bez poziomów Landaua [10], udowadniając, że kluczowe dla kwantyzacji przewodnictwa jest złamanie symetrii odwrócenia w czasie. Model, obecnie znany jako model Haldane'a to przykład tzw. izolatora Cherna, układu o nietrywialnych topologicznie własnościach bez zewnętrznego pola magnetycznego. Model Haldane'a okazał się kluczowy w odkryciu nowych układów o nietrywialnych topologicznie własnościach z zachowaną symetrią odwrócenia w czasie, znanych obecnie jako izolatory topologiczne Z_2 . W 2005 roku C. Kane i E. Mele zaproponowali model dla układów ze spinem złożony z dwóch kopii modelu Haldane'a, po jednej dla każdego ze spinów [11,12]. Model Kane'a-Mele to model ciasnego wiązania opisujący strukturę krystaliczną grafenu z oddziaływaniem spin-orbita. Nie jest on dobrym przykładem do rzeczywistej realizacji, ze względu na niewielką wartość stałej sprzężenia spin-orbita, co jest charakterystyczne dla lekkich atomów, w tym przypadku atomów węgla, jednak zapoczątkował nowy kierunek badań rozmaitych kryształów o nietrywialnej topologii pasm energetycznych. Bardziej realistyczny model izolatora topologicznego Z_2 , powszechnie nazywanego również spinowym kwantowym izolatorem Halla (ang. Quantum spin Hall insulator [12]), został zaproponowany przez A. Bernevig i współpracowników [13], a w 2007 roku skwantowanie przewodności zostało potwierdzone eksperymentalnie [14]. Obecnie izolatory o nietrywialnej topologii pasm energetycznych określa się ogólnie mianem izolatorów topologicznych, z całkowitym kwantowym efektem Halla jako pierwszym teoretycznie i eksperymentalnie przebadanym przykładem.

Cechą charakterystyczną izolatorów topologicznych jest istnienie przerwy energetycznej oddzielającej stan podstawowy od stanów wzbudzonych w nieskończonym materiale oraz obecność stanów krawędziowych¹ (lub powierzchniowych w przypadku materiałów trójwymiarowych) przechodzących przez przerwę energetyczną, jeśli materiał ma skończone rozmiary w co najmniej jednym wymiarze [3, 4]. Chociaż obecność stanów krawędziowych nie jest niczym szczególnym i ich występowanie jest dość częste w wielu materiałach, to w przypadku izolatorów topologicznych ich źródłem są własności objętościowe (powierzchniowe) materiału (topologiczne własności). Dodatkowo, stany krawędziowe w izolatorach topologicznych wykazują wiele unikalnych własności związanych z ich topologicznym charakterem. Prądy płynące przez stany krawędziowe są szczególnie odporne na rozpraszanie elastyczne, tzn. straty energetyczne są znacząco stłumione – zabronione jest rozpraszanie wsteczne. W całkowitym kwantowym efekcie Halla występują tzw. chiralne stany krawędziowe – przepływ prądu na każdej z krawędzi ma przeciwny zwrot, więc rozpraszanie wsteczne wymaga przeskoku nośnika między makroskopowo oddalonymi kanałami. W spinowym kwantowym efekcie Halla, występują helikalne stany krawędziowe, czyli kierunek przepływu jest powiązany ze spinem, a rozpraszanie wsteczne w ramach danej krawędzi jest możliwe tylko w przypadku odwrócenia spinu, co wymaga złamania symetrii odwrócenia w czasie przez np. domieszkę magnetyczną. W związku z tym, pomimo domieszek (w ogólności niemagnetycznych) i nieporządku, prąd płynie jak w idealnym, czystym, materiale.

¹ W ramach niniejszego cyklu prac skupiłem się na materiałach dwuwymiarowych oraz takich fazach topologicznych, w których stany krawędziowe występują, choć mogą istnieć fazy topologiczne bez stanów krawędziowych [15].

Własności transportowe izolatorów topologicznych Z_2 można obserwować w niskich temperaturach, ze względu na niską skalę energetyczną w układach – źródłem nietrywialnych topologicznie efektów w izolatorach topologicznych jest najczęściej oddziaływanie spin-orbita², które ma stosunkowo niewielką wartość stałej sprzężenia – chodzi o wartości przerw energetycznych w takich materiałach rzędu kilku meV. Skwantowanie przewodności w izolatorach topologicznych zostało potwierdzone eksperymentalnie w temperaturze 30 mK [14]. Klasa materiałów o topologicznych własnościach z układów dwuwymiarowych została znacząco rozszerzona również do materiałów trójwymiarowych [3, 4]. Obecnie nadal trwają intensywne poszukiwania nowych kryształów o nietrywialnych topologicznie własnościach, których efekty można by obserwować w wyższych temperaturach, dzięki m.in. kontroli rozmiaru przerwy energetycznej. Bardzo obiecujące wydaje się wykorzystanie takich materiałów do budowy nowych, wydajniejszych urządzeń elektronicznych.

Kwantowy efekt Halla może zostać teoretycznie wyjaśniony na gruncie modelu jednocząstkowego, bez uwzględnienia korelacji elektronowych. W 1982 roku odkryto wypłaszczenia dla ułamkowych wartości kwantów przewodnictwa dla częściowego zapełnienia poziomów Landaua, czyli tzw. ułamkowy kwantowy efekt Halla [17]. Teoretyczne wyjaśnienie kwantyzacji dla zapełnienia $1/3$ najniższego poziomu Landaua zostało zaproponowane przez Laughlina [18]. Obserwowane wypłaszczenia dla innych zapełnień mogą zostać wyjaśnione na gruncie teorii hierarchii Haldane-Halperina [19, 20] oraz teorii złożonych fermionów zaproponowanej przez Jaina [21, 22].

Model Haldane to model jednocząstkowy całkowitego kwantowego efektu Halla na dwuwymiarowej sieci krystalicznej bez zewnętrznego pola magnetycznego i w konsekwencji bez poziomów Landaua. Interesującą kwestią było czy również tutaj mogą pojawić nieściśliwe cieczy dla ułamkowych zapełnień pasm energetycznych, tzn. możliwość istnienia ułamkowego kwantowego efektu Halla w układach z zachowaną symetrią translacyjną kryształu. W 2011 roku zaproponowano serię modeli teoretycznych układów na dwuwymiarowych sieciach z nietrywialnymi topologicznie pasmami (o niezerowej liczbie Cherna), odpowiednio wypłaszczonymi w celu wzmocnienia efektów wielociałowych [23-28]. Numeryczne obliczenia potwierdziły istnienie nieściśliwych cieczy kwantowych dla zapełnienia $1/3$ na płaskich pasmach topologicznych, podobnych do stanu Laughlina na ułamkowo zapełnionym pierwszym poziomie Landaua. W kolejnych pracach pokazano istnienie całej rodziny nieściśliwych silnie skorelowanych cieczy dla innych zapełnień [27-32].

W ostatnim czasie poskręcane warstwy atomowe tworzące tzw. supersieci moire przyciągnęły uwagę sporej liczby grup badawczych, eksperymentalnych i teoretycznych. Ma to związek z eksperymentalnym potwierdzeniem stanów nadprzewodzących dla częściowych zapełnień płaskich pasm energetycznych tworzących się dla szczególnego kąta skręcenia dwuwarstw grafenowych, dla kąta ok. 1.1° , tak zwanego magicznego kąta skręcenia [33-35]. W strukturze pasmowej poskręcanego grafenu, gdy kąt skręcenia jest zbliżony do magicznego kąta, pojawia się para płaskich pasm energetycznych w okolicach poziomu Fermiego. Te pasma mogą zostać obsadzone przez maksymalnie osiem cząstek na komórkę elementarną supersieci moire (ze względu na dwa pasma, dwie doliny charakterystyczne dla struktury pasmowej grafenu oraz dwa możliwe kierunki spinu). W przypadku gdy współczynnik zapełnienia ν jest liczbą całkowitą (całkowita liczba elektronów na komórkę elementarną), mierzony powszechnie w przedziale $-4 \leq \nu \leq 4$ ($\nu = -4$ odpowiada nieobsadzonym płaskim pasmom energetycznym, $\nu = 0$ układowi ładunkowo neutralnemu, a $\nu = +4$ całkowicie zapełnionym dwóm pasmom), zostały zaobserwowane stany izolujące, których pochodzenie nie jest możliwe do wyjaśnienia na gruncie teorii jednocząstkowej [34-38]. Te tzw. stany

² Obecnie klasa materiałów o nietrywialnych topologicznie własnościach została mocno rozszerzona na modele bez oddziaływania spin-orbita, przykładem może być praca [16]

Motta wynikają z oddziaływań elektronowych, które odgrywają dominującą rolę w układzie. Zmieniając stopień zapełnienia pasm do wartości niecałkowitych, można zaobserwować stany nadprzewodzące, z największą temperaturą przejścia do stanu nadprzewodzącego w okolicach środka przedziału zapełnień $-3 < \nu < -2$. Natura stanów nadprzewodzących w tym materiale pozostaje do wyjaśnienia. Istotną charakterystyką tych płaskich pasm energetycznych w poskręcanych dwuwarstwach grafenowych jest ich nietrywialna topologia [39-42]. Dla zapełnień $\nu = |3|$ (w ogólności również dla $\nu = |1|$), pojawienie się izolatorów Cherna zostało przewidziane teoretycznie, jako spontaniczne złamanie symetrii odwrócenia w czasie i obsadzenie jednej z dwóch możliwych dolin. Anomalny kwantowy efekt Halla udało się zaobserwować dla poskręcanej dwuwarstwy grafenu odpowiednio ułożonej na azotku boru (hBN) [43, 44]. Spontaniczne złamanie symetrii odwrócenia w czasie w połączeniu z płaskimi pasmami energetycznymi dają nadzieję na badanie konkurencyjnych efektów związanych z nietrywialną topologią w układzie i oddziaływaniami.

Struktura pasmowa i przejście do fazy topologicznej w materiałach grupy IV (prace [H2], [H4], [H5])

Własności elektronowe i transportowe materiałów o sieci krystalicznej typu plastra miodu (sieć trójkątna z dwuwęzłową bazą) były przedmiotem badań w pracach [H2], [H4] oraz [H5]. Struktury pasmowe oraz własności elektronowe były badane przede mną za pomocą modelu ciasnego wiązania, oraz na późniejszym etapie przez M. Bieńka w pracy [H5] (w tamtym czasie doktorant, którego byłem promotorem pomocniczym, obrona pracy w 2021 roku), który był również odpowiedzialny za obliczenia własności transportowych, oraz N. Nouri w pracy [H2] (w tamtym czasie doktorantka, obrona pracy w 2019 roku) we współpracy z S. Zia Borujenie oraz Gh. Rashedi. oraz M. Brzezińską w pracy [H4] (w tamtym czasie doktorant, którego byłem promotorem pomocniczym, obrona pracy w 2021 roku). Obliczenia w ramach teorii funkcjonału gęstości (DFT) w pracy [H5] wykonał T. Woźniak (w tamtym czasie doktorant, obrona pracy w 2021 roku), a w pracy [H2] M. Modarresi. W celu analizy własności elektronowych materiałów grupy IV zaimplementowałem następujący wieloorbitalowy model ciasnego wiązania, w metodzie Slater-Kostera [45], zadany Hamiltonianem [46, 47]

$$H = \sum_{i\alpha\sigma} E_{\alpha\sigma} c_{i\alpha\sigma}^{\dagger} c_{i\alpha\sigma} + \sum_{\langle ij \rangle \alpha\alpha'\sigma} V_{i\alpha j\alpha'\sigma} c_{i\alpha\sigma}^{\dagger} c_{j\alpha'\sigma} + \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle \alpha\alpha'\sigma} V'_{i\alpha j\alpha'\sigma} c_{i\alpha\sigma}^{\dagger} c_{j\alpha'\sigma} + \sum_j \frac{\lambda}{3} (c_{jz\downarrow}^{\dagger} c_{jx\uparrow} - c_{jz\uparrow}^{\dagger} c_{jx\downarrow} + ic_{jz\uparrow}^{\dagger} c_{jy\downarrow} + ic_{jz\downarrow}^{\dagger} c_{jy\uparrow} + ic_{jx\downarrow}^{\dagger} c_{jy\uparrow} - ic_{jx\uparrow}^{\dagger} c_{jy\downarrow}) + H. C., \quad (1)$$

gdzie c^{\dagger}, c to operatory kreacji i anihilacji cząstki, σ oznacza spin, i, j to indeksy węzłów sieci typu plastra miodu (sieci krystalicznej składającej się dwóch sieci trójkątnych), E to energie odpowiedniego orbitalu $\alpha=(s, x, y, z)$, gdzie s to orbital typu s , a x, y, z to trzy orbitale typu p , V to sparametryzowane całki przeskoku do najbliższych $\langle i, j \rangle$, i drugich najbliższych $\langle\langle i, j \rangle\rangle$ sąsiadów, a ostatni człon to oddziaływanie spin-orbita ze stałą sprzężenia λ pomiędzy orbitalami na danym węźle.

Monowarstwa bizmutu dla rzeczywistych parametrów ma przerwę energetyczną oddzielającą pasmo walencyjne od pasma przewodnictwa. Zgodnie z przewidywaniami z pracy [47], jest to izolator topologiczny Z_2 . Celem pracy [H5] była analiza stabilności fazy nietrywialnej topologicznie względem różnych zaburzeń, w szczególności względem zmiany sprzężenia spin-orbita, co można kontrolować np. za pomocą krzywizny monowarstwy [48]. Dla małych wartości sprzężenia spin-orbita, monowarstwa jest izolatorem trywialnym topologicznie z niezmiennikiem topologicznym $Z_2=0$. Wzrost oddziaływania spin orbita powoduje inwersję pasm energetycznych i przejście do fazy

nietrywialnej topologicznie o niezmienniku $Z_2=1$. Inwersję pasm, jako zamknięcie i ponowne otwarcie przerwy energetycznej można zaobserwować w postaci zmiany orbitalnego składu odpowiednich pasm energetycznych. Przed zamknięciem przerwy w fazie trywialnej topologicznie zarówno pasmo walencyjne jak i przewodnictwa składa się głównie z orbitali typu p_z , natomiast po ponownym otwarciu przerwy energetycznej następuje znaczący wzrost wkładu orbitali p_x i p_y , do pasmo walencyjnego. Zmianę w widmie energetycznym widać również dla obliczeń w geometrii wstążki, czyli struktury, która ma periodyczne warunki brzegowe w jednym kierunku i otwarte w drugim. Dzięki temu można obserwować co się dzieje z charakterystycznymi dla fazy nietrywialnej topologicznie stanami krawędziowymi.

Stany krawędziowe w izolatorach topologicznych Z_2 (prace [H2], [H5])

Obecność stanów krawędziowych przechodzących przez przerwę energetyczną to cecha charakterystyczna nietrywialnych topologicznie własności materiału w geometrii wstążki. Ich charakter może znacząco różnić się porównując wyidealizowany model Kane-Mele [11] z bardziej realistycznymi modelami wieloorbitalowymi. W pracach [H2, H5] dokonałem analizy stanów krawędziowych w monowarstwach bizmutu i antymonu, oraz dla ich wypłaszczonej wersji, bizmutenu i antymonenu. Zarówno przed jak i po zamknięciu przerwy energetycznej, te stany krawędziowe są zawsze obecne w widmie energetycznym, jednak w przypadku fazy nietrywialnej topologicznie, te stany łączą pasmo walencyjne z pasmem przewodnictwa co umożliwia przewodnictwo przez te stany – stany krawędziowe są odpowiedzialne za skwantowanie przewodnictwa i jak pokazała analiza własności transportowych, elektrony poruszające się nimi są szczególnie odporne na nieporządek. Okazuje się, że topologiczne stany krawędziowe w bizmucie silnie wnikają w głąb próbki. Najsilniejszą lokalizację na krawędziach można zaobserwować w okolicach punktu gamma, ze zwiększającą się delokalizacją przesuwając się w kierunku krawędzi jednowymiarowej strefy Brillouine'a. Interesujące, jak zostało pokazane w badaniach własności transportowych, delokalizacja stanów krawędziowych nie wpływa znacząco na kwantyzację przewodnictwa. Warto również podkreślić, że liczba stanów krawędziowych jest zależna od topologicznego charakteru materiału. W układach chronionych tylko symetrią odwrócenia w czasie, tzw. izolatorach topologicznych Z_2 , występuje para stanów krawędziowych, natomiast w krystalicznym izolatorze topologicznym chronionym również symetrią odbicia względem płaszczyzny, który odpowiada idealnie płaskiej monowarstwie bizmutu lub antymonu [49], występują dwie pary stanów krawędziowych [H2].

Indukowany moment magnetyczny pochodzący od stanów krawędziowych (praca [H7])

Praktyczne wykorzystanie topologicznych stanów krawędziowych w nanourządzeniu zostało zaproponowane w pracy [H7]. W tej pracy wykonałem wszystkie obliczenia numeryczne, wspólnie z J. Fernandez-Rossier analizowałem wyniki oraz redagowałem artykuł. W kropce kwantowej wyciętej z materiału będącego izolatorem topologicznym, stany krawędziowe tworzą drabinkę, w przybliżeniu równooddalonych, poziomów energetycznych wewnątrz przerwy energetycznej (co wynika z liniowej zależności energii stanów krawędziowych od pędu w geometrii wstążki). Każdy ze stanów jest podwójnie zdegenerowany ze względu na degenerację Kramersa. Przyłożenie zewnętrznego pola magnetycznego powoduje rozszczepienie poziomów energetycznych. W modelu

ciasnego wiązania, opisanego Hamiltonianem (1), efekt pola magnetycznego może zostać wprowadzony za pomocą tzw. podstawienia Peierlsa [50]

$$\varphi_{ij} = 2\pi \frac{e}{hc} \int_{r_j}^{r_i} \mathbf{A} d\mathbf{l},$$

gdzie \mathbf{A} to potencjał wektorowy, a $\varphi_0 = \frac{e}{hc}$ to kwant strumienia pola magnetycznego. Zmiana strumienia pola magnetycznego przechodzącego przez powierzchnię kropki kwantowej indukuje przepływ prądu przez stany okrążające strukturę. W każdej parze Kramersa ze stanów krawędziowych jeden ze stanów powoduje przepływ prądu wokół kropki zgodnie z kierunkiem wskazówek zegara, a drugi przeciwnie. Dobierając tak poziom Fermiego, aby tylko jeden ze stanów z pary Kramersa był obsadzony, można wygenerować moment magnetyczny, proporcjonalny do promienia kropki. Moment magnetyczny M_n pochodzący od każdego stanu energetycznego E_n jest zdefiniowany jako

$$M_n = \frac{\partial E_n}{\partial B},$$

gdzie B to wartość indukcji pola magnetycznego. Analizując zachowanie się poziomów energetycznych w funkcji pola magnetycznego, można określić wartość indukowanego momentu magnetycznego. W typowych układach opisanych za pomocą równania Schrödingera, natężenie prądu I pochodzącego od elektronu krążącego wokół zamkniętej kołowej powierzchni jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu jej promienia. Powierzchnia S również skaluje się z kwadratem promienia dając w konsekwencji stały moment magnetyczny, $M=IS$. Skalowanie się indukowanego momentu magnetycznego z promieniem jest cechą charakterystyczną wyłącznie izolatorów topologicznych, których niskoenergetyczne własności można opisać za pomocą równania Diraca. W układach opisanych równaniem Diraca, natężenie prądu jest odwrotnie proporcjonalne do promienia powierzchni i to powoduje, że moment magnetyczny skaluje się z rozmiarami układu. W istocie, w pracy [H7] rozważałem dwa modele izolatorów topologicznych, model Kane-Mele oraz monowarstwy bizmutu i w każdym przypadku obserwowaliśmy liniową zależność indukowanego momentu magnetycznego w funkcji promienia kropki. Dodatkowo, pokazałem, że ze względu na topologiczny charakter stanów krawędziowych, prądy krążące wzdłuż krawędzi są szczególnie odporne na zaburzenia. Wygenerowany moment magnetyczny był szczególnie stabilny względem nieporządku typu Andersona (z losowym potencjałem na węzłach sieci), z siłą nieporządku znacząco przekraczającym wartość przerwy energetycznej, oraz obecny w skończonych temperaturach, rzędu kilku Kelvinów dla kropki kwantowej o promieniu ok. 18 nm. Obecność stanów krawędziowych i w konsekwencji indukowany moment magnetyczny jest cechą uniwersalną topologicznych kropek kwantowych, bez względu na jej kształt czy występowanie defektów na krawędziach.

Charakterystyka własności topologicznych materiału za pomocą widma splątania (prace [H2], [H4])

Użytecznym narzędziem do identyfikowania nietrywialnych topologicznie faz jest widmo splątania [51-56]. Izolatory topologiczne Z_2 , izolatory Cherna, czy krystaliczne izolatory topologiczne to układy nieoddziałujących fermionów należące do tzw. topologicznych faz z krótkozasięgowym splątaniem (ang. short-range entangled) [57]. Własności splątania w stanach o nietrywialnej topologii można badać dzieląc układ na dwie części, dwa podukłady, i analizując wpływ jednej części układu na drugą, w analogii do kwantowo-mechanicznych układów otwartych, układów będącym w oddziaływaniu ze środowiskiem. W przypadku nieoddziałujących fermionów, tzw. Hamiltonian splątania (ang. entanglement Hamiltonian) można uzyskać z dwupunktowej macierzy korelacji, która odpowiada zredukowanej macierzy gęstości jednego z podukładów [51].

Diagonalizacja macierzy Hamiltonianu splątania daje tzw. widmo splątania (ang. entanglement spectrum), które odpowiada rzeczywistemu widmu układu w geometrii jednowymiarowej, z krawędziami wzdłuż cięcia, ale z wypłaszczoneymi pasmami, gdzie stany energetyczne z pasma przewodnictwa są zrzutowane na wartości własne o wartości 1, a stany z pasma walencyjnego na 0. Nietrywialna topologia przejawia się w postaci tzw. spectral flow, czyli zbiorze wartości własnych w sposób ciągły łączącym wartości własne 0 i 1, indeksowanym wektorem falowym wzdłuż cięcia. Dodatkowo, do zidentyfikowania fazy topologicznej można wykorzystać tzw. indeks śladu (ang. trace index), który można powiązać z odpowiednim niezmiennikiem topologicznym układu [55]. Indeks śladu można wyliczyć biorąc ślad z macierzy Hamiltonianu splątania dla każdego pędu oraz określając liczbę nieciągłości śladu w jednowymiarowej strefie Brillouina.

Widmo splątania i indeksu śladu wykorzystałem do badania monowarstw bizmutu i antymonu [H2, H4]. W obu pracach, analiza własności topologicznych przy użyciu tych narzędzi bazuje na moich wstępnych obliczeniach numerycznych, a następnie obliczeniach M. Brzezińskiej (w trakcie powstawania artykułu doktorantki, której byłem promotorem pomocniczym, obrona pracy w 2021 roku.). Monowarstwa bizmutu jest izolatorem topologicznym Z_2 natomiast monowarstwa antymonu jest izolatorem trywialnym. Widmo splątania dla monowarstwy bizmutu ma cechy widma wstążki, czyli parę stanów krawędziowych przechodzących przez przerwę, tzw. spectra flow. W widmie splątania dla monowarstwy antymonu spectral flow nie występował, ale pojawiło się płaskie pasmo w okolicach wartości 0.5. Zostało to powiązane z obecnością tzw. wiązań wiszących (ang. dangling bonds), które w rzeczywistej wstążce z antymonu tworzą płaskie pasmo w przerwie energetycznej stanów zlokalizowanych na krawędziach. Charakter nietrywialnej topologii układu dodatkowo potwierdziliśmy obliczeniami indeksu śladu. Należy policzyć liczbę nieciągłości w wartości śladu macierzy korelacji w połowie jednowymiarowej strefy Brillouina, która jest liczbą nieparzystą w przypadku izolatorów topologicznych Z_2 (bizmutu) i parzysta w przypadku izolatorów trywialnych (antymon).

Za pomocą entropii splątania, jako suma po wszystkich wartościach własnych z widma splątania zbadano również przejście z fazy nietrywialnej topologicznie do trywialnej, które może być indukowane za pomocą zewnętrznego pola elektrycznego, zmianą koncentracji x bizmutu w stosunku do antymonu w związku $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ oraz za pomocą naprężeń. Faza nietrywialna topologicznie była stabilna dla koncentracji Bi powyżej 75% oraz w czystym Sb dla naprężeń powyżej 14%. Określając wartość entropii splątania w okolicach przejścia topologicznego, można analizować jego charakter. Okazuje się, że w przypadku przejścia powodowanego zmianą koncentracji x oraz za pomocą naprężeń, następuje skokowa zmiana entropii splątania (nieciągłość) w punkcie przejścia natomiast w przypadku przejścia za pomocą przyłożonego zewnętrznego pola elektrycznego nieciągłość pojawia się dopiero dla pierwszej pochodnej, $\frac{\partial S_A}{\partial V_{field}}$, gdzie S_A to entropia splątania, a V_{field} to potencjał pochodzący od pola elektrycznego, co sugeruje przejście fazowe pierwszego rodzaju (w pierwszym przypadku) i drugiego rodzaju (w drugim przypadku) jednak te badania wymagają jeszcze dokładniejszej analizy.

Efekty wielociałowe (prace [H1], [H3], [H6])

Człon Hamiltonianu z dwucząstkowym oddziaływaniem do badania efektów wielociałowych ma w najogólniejszej formie postać

$$H_{MB} = \sum_{i\sigma} E_i c_{i\sigma}^+ c_{i\sigma} + \frac{1}{2} \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{i,j,k,l} \langle ij|v|kl \rangle c_{i\sigma}^+ c_{j\sigma'}^+ c_{k\sigma'} c_{l\sigma}, \quad (2)$$

gdzie $\langle ij|v|kl \rangle$ elementy macierzowe oddziaływania kulombowskiego, a i, j, k, l to indeksy obsadzanych stanów o energii E_i . W metodzie dokładnej diagonalizacji macierz Hamiltonianu zapisuje się i diagonalizuje w bazie konfiguracji obsadzeń cząstek po stanach energetycznych. Całkowita liczba konfiguracji jest określona za pomocą dwumianu Newtona, $\binom{n}{k}$, gdzie n to liczba możliwych stanów do obsadzenia, a k to liczba cząstek. Ze względu na wykładniczy wzrost przestrzeni Hilberta z rozmiarami układu i liczbą obsadzanych stanów, obliczenia w ramach dokładnej diagonalizacji ogranicza się w układach z periodycznymi warunkami brzegowymi do zdyskretyzowanej strefy Brillouina ze skończoną liczbą stanów z określonym pędem. Rozpraszanie dwuciałowe dane Hamiltonianem (2) zachowuje całkowity pęd układu, więc macierz Hamiltonian ma blokowo diagonalną formę i każdy z bloków może być diagonalizowany oddzielnie. Dodatkowo, rozpraszanie kulombowskie zachowuje liczbę cząstek z zadaniem spinem, więc rzut spinu na daną oś jest dobrą liczbą kwantową (Hamiltonian (2) komutuje również z operatorem kwadratu całkowitego spinu S^2 , jednak ze względu na dodatkowy koszt obliczeniowy związany z obrotem bazy, nie zostało to wykorzystane). W naszych obliczeniach rozważaliśmy układy o rozmiarach do kilku milionów na każdą z podprzestrzeni całej przestrzeni Hilberta. Odpowiada to układom z około 12 cząstek maksymalnie dla połowkowego zapełnienia stanów energetycznych.

Ułankowe Izolatory Cherna (praca [H6])

W pracy [H6] analizowaliśmy stabilność ułankowych izolatorów Cherna na przykładzie stanu typu Laughlina (zapełnienie $\nu=1/3$) realizowanego na topologicznie nietrywialnym paśmie na sieci checkerboard. W tej pracy, zaproponowałem zajęcie się tym zagadnieniem wspólnie z A. Manolescu oraz przeprowadziłem wstępną analizę widma jednocząstkowego w funkcji parametrów modelu oraz wykonałem wstępne obliczenia efektów wielociałowych przy użyciu zaimplementowanej przeze mnie metody dokładnej diagonalizacji. Obliczenia numeryczne kontynuował B. Jaworowski (w tamtym czasie doktorant, którego byłem promotorem pomocniczym, obrona pracy w 2019 roku).

W pracy [H6] ograniczyliśmy się właśnie do badania cząstek bezspinowych oraz do oddziaływania bezpośredniego typu gęstość-gęstość pomiędzy sąsiadami na danej sieci, $\langle ij|v|ji \rangle = V_{ij}$, ze sparametryzowanym oddziaływaniem między najbliższymi sąsiadami $V_{ij} = V_{nn}$ dla $\langle i, j \rangle$ oraz drugimi najbliższymi sąsiadami $V_{ij} = V_{nnn}$ dla $\langle\langle i, j \rangle\rangle$. Stabilność nietrywialnych topologicznie faz była badana względem przejścia pomiędzy siecią checkerboard, a siecią Lieba. Sieć checkerboard może być traktowana jako jedna podsieć, a przejście do sieci Lieba wykonuje się poprzez dodanie drugiej podsieci, której sprzężenie z węzłami sieci checkerboard jest kontrolowane przez zmianę wartości potencjału na każdej z podsieci, przez tzw. potencjał typu staggered. W pracy przeanalizowano ewolucję trzech pasm energetycznych tworzących całą strukturę pasmową sieci Lieba (ze względu na trzy węzły sieci w komórce elementarnej) oraz zmiany ich własności topologicznych. W przypadku sieci Lieba z zerową wartością potencjału typu staggered, model izolatora Cherna daje dwa nietrywialne topologicznie pasma o przeciwnych liczbach Cherna, $C=-1$ i $C=1$ oddzielone przerwą energetyczną, oraz trzecie trywialne topologicznie płaskie pasmo energetyczne znajdujące się pomiędzy nimi o energii $E=0$. Zmiana wartości potencjału typu staggered indukuje przejście topologiczne i środkowe, teraz kwazi-płaskie pasmo, wymienia się liczbą Cherna z niższym pasmem, uzyskując liczbę Cherna $C=-1$. Mała dyspersja pasma oraz jego nietrywialna topologia umożliwia zrealizowanie ułankowego izolatora Cherna. Istnieje kilka warunków, które muszą być spełnione, aby mogły pojawić się nieściśliwe ciecze kwantowe analogiczne to stanu typu Laughlina. Jednym z nich jest stałość krzywizny Berry'ego [32]. W związku z tym dokonaliśmy analizy krzywizny Berry'ego środkowego płaskiego pasma w szerokim zakresie parametrów. Obszar

na diagramie fazowym z małym odchyleniem standardowym krzywizny Berry'ego powinien pokrywać się z obszarem największej stabilności ułamkowego izolatora Cherna. Istnienie fazy typu stan Laughlina dla wypełnienia $1/3$ potwierdziliśmy analizując w szerokim zakresie parametrów degenerację stanu podstawowego, obserwację tzw. spectral flow pomiędzy trzema stanami tworzącymi stan podstawowy oraz za pomocą tzw. zasady zliczania (ang. counting rule) dla kwazidziur. Faktycznie udało się zaobserwować silną korelację pomiędzy stałością krzywizny Berry'ego oraz wielkością wielocząstkowej przerwy energetycznej pomiędzy trzykrotnie zdegenerowanym stanem podstawowym, a stanami wzbudzonymi. W związku z tym, okazało się, że głównym mechanizmem stabilizacji stanu typu Laughlina przez dodatkowe węzły sieci jest ich wpływ na krzywiznę Berry'ego.

Krystalizacja Wignera na pasmach o nietrywialnej topologii (praca [H3])

Dla małych współczynników wypełnienia płaskich pasm energetycznych zmniejsza się przekrycie funkcji falowych elektronów, co powoduje zmniejszenie roli korelacji elektronowych. Dalekozasięgowe oddziaływanie kulombowskie daje minimalną wartość energii układu elektronów dla konfiguracji, która maksymalizuje odległości między zlokalizowanymi elektronami. W szczególności, najniższą energię można uzyskać, gdy elektrony uformują się w dwuwymiarową periodyczną sieć, skryształizują tworząc kryształ Wignera [58]. W związku z tym, nieściśliwe ciecze kwantowe na częściowo wypełnionych płaskich pasmach, wraz z obniżaniem współczynnika wypełnienia, konkurują z realizacją krystalizacji Wignera [59-62]. W pracy [H3] analizowaliśmy możliwość występowania krystalizacji Wignera na częściowo wypełnionych topologicznych płaskich pasmach energetycznych na rozmaitych sieciach: kagome, checkerboard oraz plastra miodu. W ramach obszernych obliczeń numerycznych (wykonanych przez B. Jaworowskiego) przy użyciu metody dokładnej diagonalizacji rozważaliśmy szeroki zakres współczynników wypełnienia, od $1/3$ do $1/11$. W tej pracy, zaproponowałem zajęcie się tym zagadnieniem wspólnie z A. Wójsem oraz A. D. Guclu, wykonałem wstępne obliczenia efektów wielociałowych przy użyciu zaimplementowanej przeze mnie metody dokładnej diagonalizacji, którą następnie usprawnił P. Kaczmarkiewicz (w tamtym okresie postdoc w grupie A. Wójśa).

Kryształy Wignera były charakteryzowane za pomocą kartezyjskiej i kątowej transformaty Fouriera funkcji korelacji pary wielocząstkowego stanu podstawowego. Jak można było oczekiwać stopień krystalizacji, mierzony wysokością pików Fouriera, wzrastał wraz ze spadkiem gęstości cząstek. Wyniki z obliczeń numerycznych porównano z modelem dla klasycznych cząstek punktowych otrzymując dobrą zgodność. Obserwowana przez nas krystalizacja występowała dla wszystkich przebadanych modeli, była obecna dla szerokiego zakresu parametrów oddziaływania oraz współczynników wypełnienia. Ze względu na małą liczbę cząstek użytą w obliczeniach (od 4 do 7 cząstek, ograniczenie wynika z wykładniczego wzrostu rozmiarów przestrzeni Hilberta wraz z liczbą cząstek) nie byliśmy w stanie określić krytycznej wartości współczynnika wypełnienia dla którego zachodzi krystalizacja, jednak jednoznacznie było widać, że stopień krystalizacji gwałtownie narastał poniżej współczynnika wypełnienia $1/7$. Dodatkowo, okazało się, że kształt krystalizacji Wignera był silnie zależny od warunków brzegowych wybranej do obliczeń plakietki (wszystkie obliczenia zostały wykonane na skończonych fragmentach sieci z periodycznymi warunkami brzegowymi w obu kierunkach). W związku z tym, nie było możliwości jednoznacznego określenia typu sieci skryształizowanego kryształu w granicy termodynamicznej. Mimo wszystko, udało się wyciągnąć ogólny wniosek, że kryształ Wignera jest w dużej mierze niezależny od sieci na której jest realizowany, w tym od jej topologii i odzwierciedla zachowanie klasycznych cząstek punktowych.

Korelacje na płaskich topologicznych pasmach w poskręcanych dwuwarstwach grafenowych (praca [H1])

W pracy [H1] badałem rolę korelacji na płaskich pasmach poskręcanych dwuwarstw grafenowych w funkcji stopnia wypełnienia. Nie udało mi się uzyskać oświadczeń współautorów na temat ich wkładu do pracy [H1], jednak potwierdzeniem mojego istotnego wkładu do tej publikacji jest to, że (i) jestem jej pierwszym autorem, (ii) powstał on w ramach realizowanego przeze mnie projektu, którego byłem kierownikiem, Research on correlation effects in twisted bilayer crystals, Narodowej Agencji Wymiany Akademickiej NAWA, program im. Bekkera, (iii) badania zostały wykonane w przeważającej części przy użyciu metody dokładnej diagonalizacji (nazwa metody znajduje się w tytule pracy), która jest metodą wykorzystywaną przeze mnie w przeszłości, a z której nie korzystał wcześniej drugi autor, M. Xie, natomiast ostatni autor A. H. MacDonald jako kierownik grupy, we współpracy z którą powstała ta praca, jest głównie pomysłodawcą projektów i nie wykonuje obecnie obliczeń numerycznych (w przeszłości wykonywał obliczenia za pomocą metody dokładnej diagonalizacji, głównie w latach '80 i '90 ubiegłego wieku). M. Xie był odpowiedzialny za wstępne obliczenia przy użyciu metody Hartree-Focka oraz przygotowanie plików wejściowych do wykonanych przeze mnie obliczeń wielociałowych.

Ze względu na ogromne rozmiary przestrzeni Hilberta w badanym układzie, co jest związane z dodatkowymi ośmioma stopniami swobody w przypadku płaskich pasmach energetycznych w poskręcanych dwuwarstwach grafenu (2 doliny, 2 pasma i 2 spiny), obliczenia wykonałem na zdyskretyzowanej strefie Brillouina z $M=9$ stanami pędów jednocząstkowych. Te stany obsadzałem elektronami i badałem zachowanie się stanu podstawowego w funkcji wypełnienia, dla każdej możliwej konfiguracji rozmieszczenia cząstek. Hamiltonian wielociałowy (2) był diagonalizowany przy użyciu metody Lanczosa w podprzestrzeniach z całkowitym spinem dla danej doliny, S_K i $S_{K'}$ (rozpraszanie pomiędzy dolinami można w pierwszym przybliżeniu można zaniedbać ze względu na ich dużą odległość w przestrzeni odwrotnej, więc liczba cząstek w ramach doliny jest zachowana), oraz całkowitym pędem układu K . Okazało się, że dla wypełnienia $\nu = |3|$ w istocie następuje spontaniczne złamanie symetrii odwrócenia w czasie i tylko jedna z dolin jest obsadzona z maksymalnym możliwym całkowitym spinem, otrzymując izolator Cherna. Spinowa polaryzacja jest charakterystyczna dla wypełnień powyżej wartości krytycznej, kiedy oddziaływania elektronowe zaczynają dominować nad efektami jednociałowymi wynikającymi ze skończonej dyspersji pasm energetycznych. Dla wypełnień $\nu > |3|$ zaobserwowano dolinową depolaryzację, co jest w zgodzie z eksperymentalnymi wynikami degeneracji poziomów Landaua w okolicach wypełnienia $\nu = -2$ [36-38]. Wyniki otrzymane za pomocą dokładnej diagonalizacji porównałem z obliczeniami w ramach przybliżenia średniego pola (metodą Hartree-Focka), co pozwoliło mi określić rolę korelacji elektronowych. Okazało się, że dla całkowitego wypełnienia $\nu = -3$, energia korelacji przyjmuje wartość minimalną, która wzrasta wraz z oddalaniem się od całkowitych wypełnień. Dodatkowo wyniki ekstrapolowałem do granicy termodynamicznej w ramach metody Hartree-Focka potwierdzając ich poprawność dla obliczeń ze skończoną liczbą stanów jednocząstkowych. Udało się pokazać, że dla całkowitych wypełnień kluczową rolę w układzie odgrywa oddziaływanie wymiany, odpowiedzialne za spinową polaryzację. Spinowa i dolinowa polaryzacja dla wypełnienia $\nu = -3$ jest stabilna w zakresie kątów skręcenia dwuwarstwy grafenu pomiędzy 1.06° i 1.15° (w tym zakresie dyspersja pasm energetycznych nie jest wystarczająca, żeby przeważać nad energią oddziaływania wymiany).

Podsumowanie

Wyniki przedstawione w cyklu publikacji naukowych pokazują różnorodne sposoby analizy własności faz topologicznych oraz ich stabilności względem parametrów potencjalnie kontrolowanych eksperymentalnie. Wspólny mianownik tych prac to opracowanie narzędzi teoretycznych, w tym głównie implementacja odpowiednich modeli do obliczeń numerycznych na dwuwymiarowych sieciach, analiza topologicznych własności przy użyciu rozmaitych niezmienników topologicznych, czy badanie własności helikalnych stanów krawędziowych obecnych w tych układach. Cykl prac może być podzielony na dwie uzupełniające się grupy. Do pierwszej zaliczają się wyniki otrzymane w ramach modeli jednocząstkowych, zawierające badania własności elektronowych i efektów topologicznych w wieloorbitalowych modelach rzeczywistych materiałów jak monowarstwy bizmutu Bi, antymonu Sb czy grafenu (prace H1, H4, H5, H7). Do drugiej grupy zaliczają się prace nt. korelacji elektronowych, tzn. z uwzględnieniem efektów wielociałowych (prace H1, H3 oraz H6). W przypadku prac H3 i H6 rozważane są abstrakcyjne modele z parametrycznie kontrolowanym oddziaływaniem, co umożliwia analizę zjawisk w szerokim zakresie wartości oraz tworzenie odpowiednich diagramów stabilności faz topologicznych. Praca H1 zawiera w sobie badania w ramach obu grup.

Otrzymane wyniki mogą pomóc w praktycznym wykorzystaniu zjawisk topologicznych przy modelowaniu i potencjalnej budowie wydajniejszych urządzeń optoelektronicznych w przyszłości. W pracach [H1, H2, H4, H5, H7] badaliśmy własności różnych rzeczywistych materiałów, które są zdominowane przez efekty topologiczne pasm energetycznych. Prace [H2, H4, H5, H7] dotyczą monowarstw atomowych bizmutu i antymonu, oraz kryształów mieszanych. W pracach [H2], [H4], [H5] przeanalizowano stabilność faz topologicznych i możliwości ich obserwacji ze względu na zmiany parametrów modelu, które w praktyce mogą być spowodowane niedoskonałościami obecnymi w rzeczywistych materiałach (np. domieszkami, deformacją kryształu), oddziaływaniem ze środowiskiem (np. podłożem na którym jest umieszczona próbka) lub zewnętrznymi polami. Uwzględniono wpływ domieszek antymonu w kryształach [H2], deformacji idealnego kryształu [H4, H5], czy zmian stałej sprzężenia spin-orbita [H5]. Dodatkowo w pracach [H2, H5] dokonano analizy własności transportowych, w szczególności opisując w jakich warunkach można zaobserwować skwantowanie przewodności związane z topologicznym charakterem stanów krawędziowych. W pracy [H7] zostało pokazane jak można wykorzystać nietrywialne topologicznie własności w praktycznych zastosowaniach – budując nanomagnes. Prace [H2] i [H4] pokazują jak można wykorzystać widmo splątania do zidentyfikowania faz nietrywialnych topologicznie. W pracy [H1] była badana rola korelacji elektronowych w rzeczywistym materiale – poskręcanej dwuwarstwie grafenowej. Przeprowadzone badania pozwoliły na głębsze zrozumienie natury topologicznych własności w tych wybranych układach, określając warunki ich stabilności.

Literatura

- [1] S.-Q. Shen, *Natl. Sci. Rev.* **1**, 49 (2014).
- [2] F. Duncan M. Haldane, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 040502 (2017).
- [3] M. Z. Hasan and C. L. Kane, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045 (2010).
- [4] X.-L. Qi and S.-C. Zhang, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1057 (2011).
- [5] J. E. Moore, *Nature (London)* **464**, 194 (2010).
- [6] X. L. Qi and S. C. Zhang, *Phys. Today* **63**, 33 (2010).
- [7] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).

- [8] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale, and M. den Nijs, Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
- [9] L. D. Landau, Phys. Z. Sowjetunion **11**, 26 (1937).
- [10] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **61**, 2015 (1988).
- [11] C. L. Kane and E. J. Mele Phys. Rev. Lett. **95**, 226801 (2005).
- [12] C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **95**, 146802 (2005).
- [13] A. Bernevig, T. Hughes, and S. C. Zhang, Science **314**, 1757 (2006).
- [14] M. König et al., Science **318**, 766 (2007).
- [15] B. A. Bernevig and T. L. Hughes, Topological Insulators and Topological Superconductors (Princeton University Press, Princeton, NJ, 2013).
- [16] A. Alexandradinata and B. A. Bernevig, Physica Scripta **2015**, 014013 (2015).
- [17] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
- [18] R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **50**, 1395 (1983).
- [19] D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **51**, 605 (1983).
- [20] B. I. Halperin, Phys. Rev. Lett. **52**, 1583 (1984).
- [21] J. K. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).
- [22] J. K. Jain, Composite fermions (Cambridge University Press, 2007).
- [23] K. Sun, Z. Gu, H. Katsura, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **106**, 236803 (2011).
- [24] E. Tang, J.-W. Mei, and X.-G. Wen, Phys. Rev. Lett. **106**, 236802 (2011).
- [25] T. Neupert, L. Santos, C. Chamon, and C. Mudry, Phys. Rev. Lett. **106**, 236804 (2011).
- [26] Y.-F. Wang, Z.-C. Gu, C.-D. Gong, and D. N. Sheng, Phys. Rev. Lett. **107**, 146803 (2011).
- [27] D. Sheng, Z.-C. Gu, Gu, K. Sun, and L. Sheng, Nat. Commun. **2**, 389 (2011).
- [28] N. Regnault and B. A. Bernevig, Phys. Rev. X **1**, 021014 (2011).
- [29] T. Liu, C. Repellin, B. Andrei Bernevig, and N. Regnault, Phys. Rev. B **87**, 205136 (2013).
- [30] A. M. Lauchli, Z. Liu, E. J. Bergholtz, and R. Moessner, Phys. Rev. Lett. **111**, 126802 (2013).
- [31] S. A. Parameswaran, R. Roy, and S. L. Sondhi, C. R. Phys. **14**, 816 (2013).
- [32] E. J. Bergholtz and Z. Liu, Int. J. Mod. Phys. B **27**, 1330017 (2013).
- [33] R. Bistritzer and A. H. MacDonald, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **108**, 12233 (2011).
- [34] Y. Cao et al., Nature (London) **556**, 80 (2018).
- [35] Y. Cao et al., Nature (London) **556**, 43 (2018).
- [36] M. Yankowitz et al., Science **363**, 1059 (2019).
- [37] X. Lu et al., Nature (London) **574**, 653 (2019).
- [38] A. Uri et al., Nature (London) **581**, 47 (2020).
- [39] H. C. Po, L. Zou, A. Vishwanath, and T. Senthil, Phys. Rev. X **8**, 031089 (2018).
- [40] Z. Song et al., Phys. Rev. Lett. **123**, 036401 (2019).
- [41] N. Bultinck, S. Chatterjee, and M. P. Zaletel, Phys. Rev. Lett. **124**, 166601 (2020).
- [42] N. Bultinck et al., Phys. Rev. X **10**, 031034 (2020).
- [43] A. L. Sharpe et al., Science **365**, 605 (2019).
- [44] M. Serlin et al., Science **367**, 900 (2020).
- [45] J. C. Slater and G. F. Koster, Phys. Rev. **94** 1498 (1954).
- [46] Y. Liu and R. E. Allen, Phys. Rev. B **52** 1566 (1995).
- [47] S. Murakami, Phys. Rev. Lett. **97** 236805 (2006).
- [48] S. Fratini, et al. Phys. Rev. B **88** 115426 (2013).
- [49] C.-H. Hsu et al., Sci. Rep. **6**, 18993 (2016).
- [50] R. Peierls, Z. Phys. **80**, 763-791 (1933).
- [51] I. Peschel, J. Phys. A: Math. Gen. **36**, L205 (2003).
- [52] D. Gioev and I. Klich, Phys. Rev. Lett. **96**, 100503 (2006).
- [53] I. Klich, J. Phys. A: Math. Gen. **39**, L85 (2006).

- [54]S. Ryu and Y. Hatsugai, Phys. Rev. B **73**, 245115 (2006).
 [55]A. Alexandradinata, T. L. Hughes, and B. A. Bernevig, Phys. Rev. B **84**, 195103 (2011).
 [56]T. L. Hughes, E. Prodan and B. A. Bernevig Phys. Rev. B **83**, 245132 (2011).
 [57]Y.-M. Lu and A. Vishwanath, Phys. Rev. B **86**, 125119 (2012).
 [58]E. Wigner, Phys. Rev. **46**, 1002 (1934).
 [59]D. Yoshioka and H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Japan **47**, 394 (1979).
 [60]K. Maki and X. Zotos, Phys. Rev. B **28**, 4349 (1983).
 [61]P. Maksym J. Phys.: Condens. Matter **4**, L97 (1992).
 [62]K. Yang, F. D. M. Haldane, and E. H. Rezayi, Phys. Rev. B **64**, 081301 (2001).

5. Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej

Podstawowym miejscem prowadzenia mojej działalności naukowej jest obecnie Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, na którym zostałem zatrudniony na stanowisku profesora w marcu 2021 roku.

W okresie 2012-2020 byłem zatrudniony na Wydziale Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej, gdzie wcześniej w latach 2002-2007 realizowałem jednolite studia magisterskie na kierunku Fizyka, a następnie po ich ukończeniu w latach 2008-2012 realizowałem studia doktoranckie, a stopień naukowy doktora nadała mi 7 lipca 2012 Rada Instytutu Fizyki Politechniki Wrocławskiej. W latach 2008-2011, w trakcie trwania studiów doktoranckich, odbyłem 4 staże w National Research Council w Ottawie w Kanadzie o łącznej długości 12 miesięcy. W latach 2012 – 2017 wielokrotnie wyjeżdżałem na krótkie konsultacje naukowe (o długości 1-3 tyg.) do ośrodków w Hiszpanii (University of Alicante), na Islandii (Reykjavik University), Kanadzie (University of Ottawa) i Turcji (Izmir Institute of Technology). Odbyłem również 6 miesięczny staż typu postdoc w Portugalii (International Iberian Nanotechnology Laboratory (INL), Braga) w ramach programu MNiSW Mobilność Plus. Dodatkowo w latach 2019-2021 odbyłem staż typu postdoc w Stanach Zjednoczonych (The University of Texas at Austin, Department of Physics, Austin, Teksas), przez pierwszy rok w ramach programu Bekkera NAWA (Narodowej Agencji Wymiany Akademickiej) oraz drugi rok będąc zatrudnionym bezpośrednio przez Uniwersytet w Teksasie. Wynikiem pobytów w zagranicznych ośrodkach oraz kontynuowanej współpracy są następujące publikacje (umieszczone w Wykazie Osiągnięć):

Kanada (w sumie 14 publikacji):	D1-D10, E16-E19, monografia M1
Turcja (1):	E5
Islandia (1):	E14
Portugalia i Hiszpania (1):	E15
Stany Zjednoczone (2):	E1 – E3

Obecnie głównie koncentruję się na kontynuacji współpracy z grupą prof. A. H. MacDonalda z University of Texas w Austin (Stany Zjednoczone), który jest moim głównym współpracownikiem w realizowanym grantie Opus (Narodowe Centrum Nauki), *Twistronika - badania nowych symulatorów kwantowych*.

6. Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę

6.1. Popularyzacja fizyki

- 8.05.2013 r. Wykład pt. „Grafen - materiał na miarę XXI wieku. Nagroda Nobla z fizyki w 2010 r.”, XX Cykl wykładów popularyzujących fizykę, Wrocław
- 19.04.2013 Akcja promocyjna Instytutu Fizyki Politechniki Wrocławskiej, wystąpienie w Zespole Szkół Ponadgimnazjalnych, ul. J. Słowackiego 4 57-500 Bystrzyca Kłodzka

6.2. Opieka naukowa nad studentami

1. Michał Kupczyński, tytuł pracy magisterskiej: Efekty topologiczne w układach dwuwymiarowych, okres w którym sprawowana była opieka naukowa 2015-2017, Politechnika Wroclawska (**promotor**)

6.3. Opieka naukowa nad doktorantami w charakterze opiekuna naukowego lub promotora pomocniczego

1. mgr inż. Błażej Jaworowski, tytuł rozprawy doktorskiej: Korelacje elektronowe w płaskich pasmach topologicznych, Politechnika Wroclawska (**promotor pomocniczy**). Data uzyskania stopnia doktora: 26.02.2019.
2. mgr inż. Marta Brzezińska, tytuł rozprawy doktorskiej: Fazy topologiczne i topologiczne przejścia fazowe w układach niskowymiarowych, Politechnika Wroclawska (**promotor pomocniczy**). Data uzyskania stopnia doktora: 21.01.2021.
3. mgr inż. Maciej Bieniek, tytuł rozprawy doktorskiej: Właściwości elektronowe, optyczne i transportowe kryształów dwuwymiarowych, Politechnika Wroclawska (**promotor pomocniczy**). Data uzyskania stopnia doktora: 21.04.2021.
4. mgr inż. Michał Kupczyński, tytuł rozprawy doktorskiej: Wielociałowe efekty w materiałach i strukturach topologicznych, Politechnika Wroclawska (**promotor pomocniczy**). Planowany termin obrony: grudzień 2022.

6.4. Dorobek dydaktyczny

Prowadzone kursy:

Politechnika Wroclawska:

Fizyka 1 (ćwiczenia, 20 semestrów, 4h/tyg.)

Fizyka 1 (laboratoria, 2 semestry, 2h/tyg.)

Modelowanie komputerowe (laboratoria, 1 semestr, 2h/tyg.)

Efekty topologiczne w strukturach niskowymiarowych (wykład, 1 semestr, 2h/tyg.)

Uniwersytet Mikołaja Kopernika:

Podstawy Programowania, Matlab (laboratoria, 1 semestr, 2h/tyg.)

Podstawy Programowania, Fortran (laboratoria, 1 semestr, 1h/tyg.)

7. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

W mojej ocenie korzystny wpływ na dorobek wypracowany w trakcie kariery zawodowej miały liczne współprace naukowe, które zaowocowały wieloma publikacjami naukowymi. Dodatkowo brałem udział w realizacji grantów krajowych, z NCN oraz MNiSW, jako kierownik (3) i wykonawca (4). Za swoją pracę naukową byłem wyróżniany na szczeblu lokalnym i ogólnopolskim:

7.1. Nagrody i wyróżnienia

- 05.11.2017 Nagroda naukowa im. Dionizego Smoleńskiego za wybitne osiągnięcia naukowe w dziedzinie nauk interdyscyplinarnych, Rektor Politechniki Wrocławskiej
- 03.11.2016 Nagroda Rektora w uznaniu wyróżniającego wkładu w rozwój uczelni, Rektor Politechniki Wrocławskiej
- 10.12.2015 Nagroda Rektora w uznaniu wyróżniającego wkładu w rozwój uczelni, Rektor Politechniki Wrocławskiej
- 10.2013 – 04.2014 III edycja konkursu dla młodych doktorów w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki pod nazwą „*Młoda Kadra 2015 Plus. Wzmocnienie oferty dydaktycznej Politechniki Wrocławskiej w zakresie ogólnouczelnianych przedmiotów wybieralnych oraz wdrożenie nowych Interdyscyplinarnych Studiów Doktoranckich*”.
- 04.2013 – 04.2014 Stypendium START Funduszu na rzecz Nauki Polskiej na rok 2013
- 10.2012 – 09.2013 II edycja konkursu dla młodych doktorów w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki pod nazwą „*Młoda Kadra 2015 Plus. Wzmocnienie oferty dydaktycznej Politechniki Wrocławskiej w zakresie ogólnouczelnianych przedmiotów wybieralnych oraz wdrożenie nowych Interdyscyplinarnych Studiów Doktoranckich*”.
- 11.2011 – 07.2012 Stypendium im. Maxa Borna
- 10.2011 – 03.2012 V edycja konkursu stypendialnego w Projekcie "Rozwój potencjału dydaktyczno-naukowego młodej kadry akademickiej Politechniki Wrocławskiej"
- 15.11.2011 Nagroda Dziekana za uznane osiągnięcia naukowe, Dziekan Wydziału Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wroclawska
- 10.2010 – 03.2011 III edycja konkursu stypendialnego w Projekcie "Rozwój potencjału dydaktyczno-naukowego młodej kadry akademickiej Politechniki Wrocławskiej"

